

Лекция 15. «*Определение площади участков местности*»

1. *Способы определения площадей участков.*

Существует *три способа определения площади участков*: аналитический, графический и механический.

1. *Аналитический способ* - площади участков вычисляют по результатам измерений линий и углов на местности с применением формул геометрии, тригонометрии и аналитической геометрии. Например, при вычислении площадей участков под строениями, их разбивают на простейшие геометрические фигуры, треугольники, прямоугольники, трапеции и площадь участка определяют как сумму площадей отдельных фигур, вычисляемых по линейным измерениям (высотам и основаниям) по общеизвестным формулам геометрии.

Площади больших участков, целых землепользований вычисляют по результатам измерений линий и углов на местности (при помощи формул тригонометрии) или по их функциям – приращениям координат и координатам вершин. Для этого применяются следующие формулы:

$$2 * P = \sum [X_i * (Y_{i+1} - Y_{i-1})].$$

или

$$2 * P = \sum [Y_i * (X_{i-1} - X_{i+1})].$$

2. *Графический способ* – площади вычисляют по результатам измерений линий по плану (карте), когда участок на плане разбивают на простейшие геометрические фигуры, преимущественно треугольники, реже прямоугольники и трапеции. В каждой фигуре измеряют высоту и основание, по которым вычисляют площадь. Сумма площадей фигур дает площадь участка. К графическому способу относится определение площади участка при помощи палетки.

3. *Механический способ* – площади участков определяют по плану при помощи специальных приборов (планиметр).

Иногда способы определения площадей применяют комбинированно. Например, часть линейных величин для вычисления площади определяют по плану, а часть – по результатам измерений на местности.

Наиболее точным способом определения площадей является *аналитический*, так как на точность определения площади при этом способе влияют только погрешности измерений на местности. При *графическом* и *механическом* способах, помимо погрешностей измерений на местности, влияют погрешности составления плана, определения площадей по плану и деформации бумаги.

Графический способ выгодно применять, когда граница участка – ломаная линия с небольшим числом поворотов.

2. Графический способ определения площадей участков.

Графический способ - это вычисление площади геометрических фигур по длинам сторон, значения которых можно получить по результатам измерений на плане или карте.

При определении площади участков на топографических планах и картах стороны и высоты треугольников, стороны и диагонали четырехугольников нужно измерять с помощью поперечного масштаба.

Сначала рассмотрим простейшую фигуру - треугольник.

Формулы для вычисления площади треугольника известны:

$$P = 0.5 * a * h; \quad (5)$$

$$P = 0.5 * a * b * \sin(C) \quad (6)$$

$$P = \sqrt{p * (p - a) * (p - b) * (p - c)}, \quad (7)$$

в этих формулах:

a, b, c - длины сторон треугольника,

A, B, C - углы при вершинах против соответствующих сторон,

h - высота, проведенная из вершины A на сторону a,

p - полупериметр, $p = 0.5 * (a + b + c)$.

Четырехугольник, как геометрическая фигура, может быть:

- параллелограммом $p = a * h$;
- ромбом $p = a * b$;
- трапецией $p = 0.5 * (a + b) * h$;
- прямоугольником $p = a * b$;
- квадратом $p = a * b$.

Для определения площади на карте или плане графическим способом часто используют *палетку* - лист прозрачной бумаги, на котором нанесена сетка квадратов или параллельных линий.

Палетку с квадратами накладывают на участок и подсчитывают, сколько квадратов содержится в данном участке; неполные квадраты считают отдельно, переводя затем их сумму в полные квадраты. Площадь участка вычисляют по формуле:

$$P = n * (a * M)^2, \quad (8)$$

где a - длина стороны квадрата,

M - знаменатель масштаба карты,

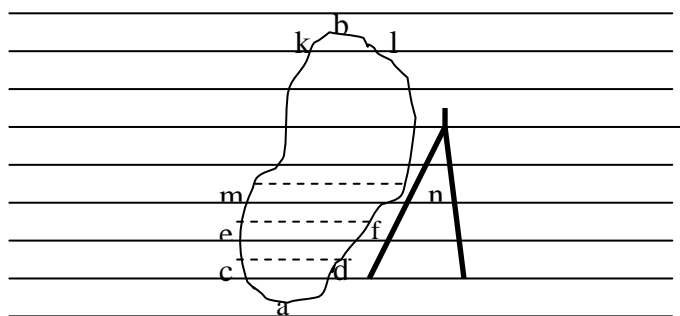
n - количество квадратов на участке.

Квадратной палеткой не рекомендуется определять площади большие 2 см^2 на плане. Недостаток ее применения состоит в том, что площади неполных клеток приходится оценивать на глаз, а подсчет количества целых клеток нередко сопровождается грубыми погрешностями.

Таких недостатков не наблюдается при определении площадей параллельной палеткой, представляющей собой листок прозрачной бумаги, на который нанесены параллельные линии, как правило, через 2 мм одна от другой.

Площадь контура определяется этой палеткой следующим образом:

- накладывают палетку так, чтобы крайние точки контура a и b



разместились посередине между параллельными линиями палетки (рис.1);

Рис.1

- таким образом, весь контур оказывается расчлененным параллельными линиями на фигуры, близкие к трапециям с одинаковыми высотами, причем отрезки параллельных линий внутри контура являются средними линиями трапеций;

- прерывистыми линиями на рис.2 показаны основания этих трапеций;
- сумма площадей трапеций, т. е. контура будет:

$$P = cd \cdot h + ef \cdot h + mn \cdot h + \dots + kl \cdot h$$

так как все высоты равны, то

$$P = h(cd + ef + mn + \dots + kl) .$$

Следовательно. Чтобы получить площадь контура нужно взять сумму средних линий , т.е. сумму отрезков параллельных прямых, проходящих внутри контура, и умножить на расстояние между ними.

Для упрощенного определения площади трапеции сумму средних линий последовательно набирают в раствор циркуля: сначала берут отрезок cd затем не сжимая раствор циркуля совмещают левую его ножку с точкой f , а правая встает вправо от этой ножки на расстояние равное cd . После этого, не сдвигая правой ножки циркуля с места, увеличивают раствор циркуля, установив его в точке e . Таким образом, в растворе циркуля получится отрезок, равный $cd+ef$. Аналогичным образом набирают все остальные линии. Последним отрезком, набираемым в растворе циркуля будет отрезок kl . Набранную в растворе циркуля сумму средних линий определяют по масштабной линейке и полученную длину умножают на расстояние h , соответствующее числу метров на местности.

3. Механический способ определения площадей участков.

Механический способ определения площади - это измерение на карте или плане площади участка с произвольными границами при помощи специального прибора - *планиметра*. Планиметром называют плоский прибор, дающий возможность путем обвода плоской фигуры любой формы определить ее площадь. Они бывают самых разных систем от самых простых до очень сложных. Наиболее распространены *полярные планиметры*.

Полярный планиметр имеет два рычага: *полюсный* R_1 и *обводной* R (рис.1).

Один конец полюсного рычага - точка O - является полюсом планиметра, - на нем крепится игла (во время обвода она неподвижна); другой его конец шарнирно соединяется с обводным рычагом в точке b . На одном конце обводного рычага имеется *счетный ролик* K , который располагается перпендикулярно рычагу, на другом конце рычага находится *обводной индекс* f (обводной индекс представляет собой либо точку на нижней поверхности стекла либо конец шпиля). Для механического счета числа оборотов счетного ролика имеется счетный механизм. Счетный ролик разделен на сто частей, и сбоку от него имеется верньер на одну десятую деления. Обводной ролик и счетный механизм помещаются на каретке, которую можно перемещать вдоль обводного рычага, изменяя тем самым его длину $R = bf$.

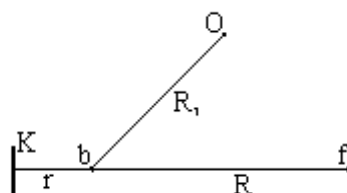


Рис.1

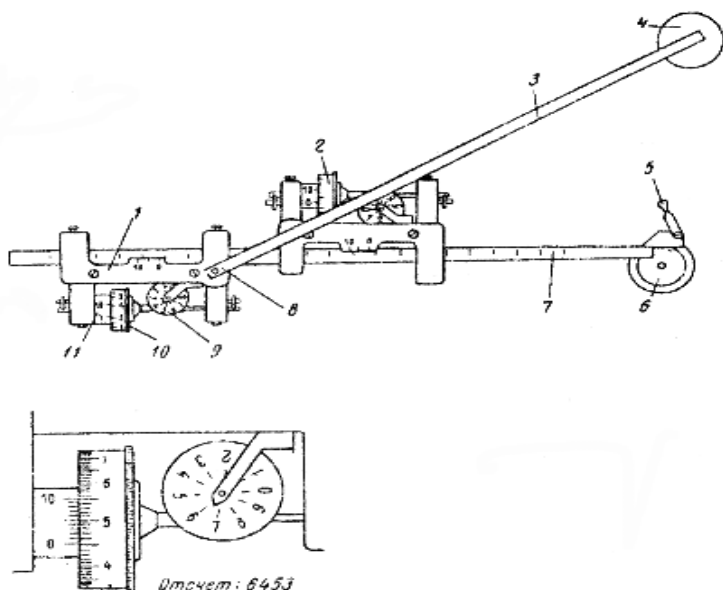


Рис.2

Внешний вид полярного планиметра изображен на рис.2; на нем цифрами обозначены: 1 - основная каретка, 3 - полюсный рычаг, 4 - полюс, 5 - ушко, 6 - геклянная пластинка с обводной точкой, 7 - обводной рычаг, 8 - шарнирное соединение, 9 - иферблат, 10 - счетный ролик, 11 - верньер.

Измерение площади сводится к обводу на карте контура участка обводным индексом f по ходу часовой стрелки; при этом вследствие трения о бумагу счетный ролик вращается. Берут отсчет по счетному механизму до обвода контура n_1 и после обвода - n_2 . Площадь участка вычисляют по формуле:

$$P = c * (n_2 - n_1), \quad (1)$$

где c - цена деления планиметра.

Делением планиметра называется 1:1000 окружности ободка счетного ролика, соприкасающегося с бумагой.

Порядок снятия отсчетов:

1) *первая цифра* (тысячи) берется с циферблата меньшая по указателю;
2) вторая и третья цифры берутся со счетного ролика; сначала снимают *вторую цифру*, расположенную на счетном ролике ниже нуля верньера (сотни), затем *третью цифру* (десятки) – число целых делений счетного ролика между только что взятой второй цифрой и нулем верньера;

3) *четвертая цифра* берется по верньеру – номер штриха верньера, который наиболее точно совпадает с каким-либо делением счетного ролика.

Цену деления планиметра определяют, руководствуясь формулой :

$$c = \frac{P}{n_2 - n_1}. \quad (2)$$

где $n_2 - n_1$ - разность отсчетов в конце и вначале обвода контура.

Для обвода берут фигуру площадь, которой известна. Как правило, это квадрат координатной сетки. При этом, если площадь квадрата выразить в квадратных сантиметрах, то по формуле (2) получают *абсолютную* цену деления планиметра, а если в же P выразить в гектарах на местности, то получится *относительная* цена деления планиметра.