

## **Лекция 5. РЕЛЬЕФ МЕСТНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ.**

### **5.1. Основные формы рельефа.**

Совокупность неровностей на земной поверхности называется **рельефом**.

Несмотря на большое разнообразие неровностей земной поверхности, можно выделить основные формы рельефа: *гора, котловина, хребет, лощина, седловина*.

*Гора (или холм)* - это возвышенность конусообразной формы. Гору высотой менее 200 м называют *холмом*. Она имеет характерную точку - *вершину*, *боковые скаты* (или склоны) и характерную линию - *линию подошвы*. Линия подошвы - это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью. На скатах горы иногда бывают горизонтальные площадки, называемые *уступами*.

*Котловина* - это углубление конусообразной формы. Котловина имеет характерную точку - *дно*, боковые скаты (или склоны) и характерную линию - *линию бровки*. *Линия бровки* - это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью.

*Хребет* - это возвышенность удлиненной формы. Он имеет характерные линии: линию вдоль хребта, проходящую по самым высоким точкам, называют *линией водораздела*, и две линии подошвы.

*Лощина* - это вытянутое и постепенно понижающееся углубление. Лощина имеет характерные линии: одну линию *водослива* (или линию *тальвега*), которая проходит по самым низким точкам лощины, и две линии *бровки*.

*Седловина* - это небольшое понижение между двумя соседними горами; как правило, седловина является началом двух лощин, понижающихся в противоположных направлениях. Седловина имеет одну характерную точку - *точку седловины*, располагающуюся в самом низком месте седловины.

Существуют разновидности перечисленных основных форм, например, разновидности лощины: *долина, овраг, каньон, промоина, балка* и т.д. Иногда разновидности основных форм характеризуют особенности рельефа конкретного участка местности, например, в горах бывают *пики* - *остроконечные вершины гор, ущелья, теснины, щеки, плато, перевалы* и т.д.

Вершина горы, дно котловины, точка седловины являются *характерными точками рельефа*; линия водораздела хребта, линия водослива лощины, линия подошвы горы или хребта, линия бровки котловины или лощины являются *характерными линиями рельефа*.

## 5.2. Способы изображения рельефа на планах и картах.

Способ изображения рельефа на планах и картах должен обеспечивать хорошее пространственное представление о рельефе местности, надежное определение направлений и крутизны скатов и высот отдельных точек, решение различных инженерных задач.

За время существования геодезии было разработано несколько способов изображения рельефа на топографических картах. Перечислим некоторые из них.

1. Способ отмывки. Этот способ применяется на мелкомасштабных картах. Поверхность Земли показывается коричневым цветом: чем больше высота, тем гуще цвет. Глубины моря показывают голубым или зеленым цветом: чем больше глубина, тем гуще цвет.

2. Способ штриховки, которая наносится параллельно скату по принципу: чем круче склон, тем толще штрих.

3. Способ высот. При этом способе на карте подписывают высоты отдельных точек местности.

4. Способ горизонталей.

В настоящее время на топографических картах применяют способ горизонталей в сочетании со способом высот, причем на одном квадратном дециметре карты подписывают, как правило, не менее пяти высот точек.

*Способ горизонталей.* Горизонталь - след, получающийся от сечения земной поверхности урвненной поверхностью. Сущность способа горизонталей можно понять из рис. 1

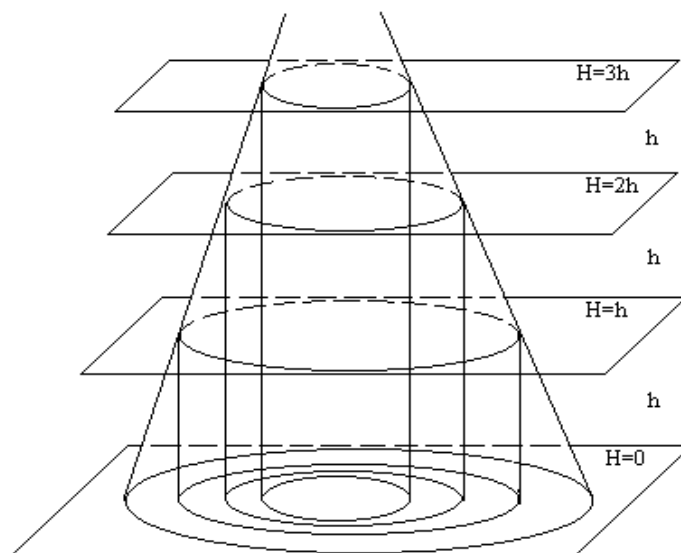


Рис. 1.

Мысленно рассечем участок местности горизонтальной плоскостью на высоте  $H$ . Линия пересечения этой плоскости с поверхностью Земли

называется *горизонталью*. *Горизонталь на местности* - это замкнутая кривая линия, все точки которой имеют одинаковую высоту.

Для того, чтобы изобразить горизонталями рельеф участка местности, нужно рассечь его не одной, а несколькими горизонтальными плоскостями, расположенными на одинаковом расстоянии по высоте одна от другой. Это расстояние называется *высотой сечения рельефа* и обозначается буквой *h*. На местности горизонтالي не пересекаются, так как они лежат в разных параллельных плоскостях.

***Свойства горизонталей:***

1. горизонтали никогда не пересекаются;
2. все точки на горизонтали имеют одинаковую высоту;
3. высота горизонтали кратна высоте сечения рельефа;
4. чем круче скат, тем гуще горизонтали.

Все основные формы рельефа имеют свой рисунок горизонталей; при этом и гора и котловина изображаются системами замкнутых горизонталей (рис.2). Чтобы различить эти формы рельефа, а также для некоторых других целей на карте принято показывать направление скатов вниз; для этого применяются *бергштрихи* - короткие штрихи, перпендикулярные горизонталям и направленные по скату вниз.

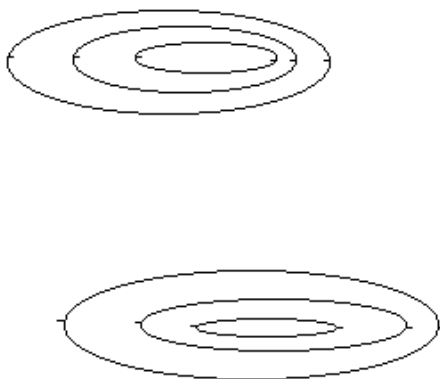


Рис.2

Для выражения характерных особенностей рельефа рекомендуется проводить полугоризонтали и четвертьгоризонтали; они проводятся штриховыми линиями через половину и четверть сечения рельефа на отдельных участках карты (где расстояние между основными горизонталями слишком большое).

Каждая пятая основная горизонталь при  $h = 1, 2, 5, 10$  м и каждая четвертая при  $h = 0.5$  и  $2.5$  м утолщаются. Отметки некоторых горизонталей на карте подписывают, ориентируя основания цифр вниз по склону.

### 5.3. Уклон линии. Определение уклонов по горизонталям.

Уклоном линии ( $i$ ) – называю отношение превышения  $h$  между точками к горизонтальному проложению между ними.

$$i = \frac{h}{a} \quad (1)$$

Рассечем скат горы горизонтальными плоскостями при высоте сечения  $h$  (рис.3); на участке BC скат имеет угол наклона  $\nu_1$ , на участке CD - угол наклона  $\nu_2$ . Расстояние  $a_1$  - это горизонтальное проложение линии ската BC; оно называется заложением.

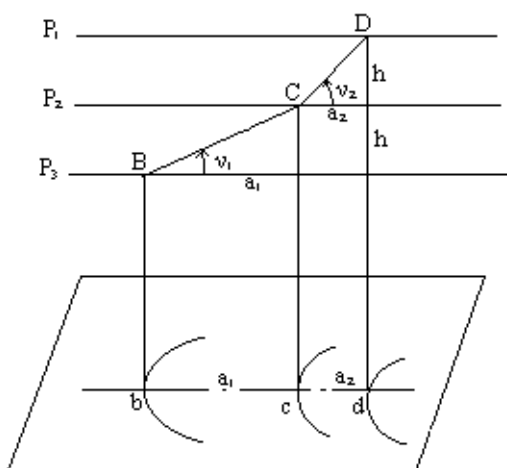


Рис.3

Из рис. 3 следует, что уклон линии есть тангенс угла наклона, поэтому

$$i = \operatorname{tg} \nu = \frac{h}{a} \quad (2)$$

Измерив на карте отрезок  $a$  и зная высоту сечения рельефа  $h$ , по формуле (2) можно вычислить уклон линии (тангенс угла наклона), а затем и сам угол наклона  $\nu$ .

Уклон линии может быть положительным или отрицательным в зависимости от знака превышения.

Например,  $h=+2,5$  м,  $a=60,5$  м  $i=+2,5/60,5=+0,0413$   $\nu = 2^{\circ} 22'$ .

Уклон обычно выражают в процентах или промилле (промилле - это тысячная часть целого). В данном случае уклон равен +41,3 промилле или 4,13%.

#### 5.4. Определение высот точек, лежащих между горизонталями.

Пользуясь уклоном можно вычислить высоту точки В, зная высоту точки А, уклон и горизонтальное проложение линии АВ.

Напомним, что превышение  $h$  – это есть разность высот точек, и оно равно произведению уклона на горизонтальное проложение. т.е.

$$h_{AB} = H_B - H_A = is$$

Отсюда

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + is \quad (4)$$

Определение высоты точки В, лежащей между горизонталями (рис.5 а).

Для этого через точку В проводят прямую АС как кратчайшее расстояние между соседними горизонталями и по плану определяют расстояния АС и АВ= $s$ . Решение задачи сводится к вычислению  $h$  в формуле (4). На рис.5 б, представляющим профиль местности  $h=B'B$ , а высота сечения рельефа  $h_C=C'C$ .

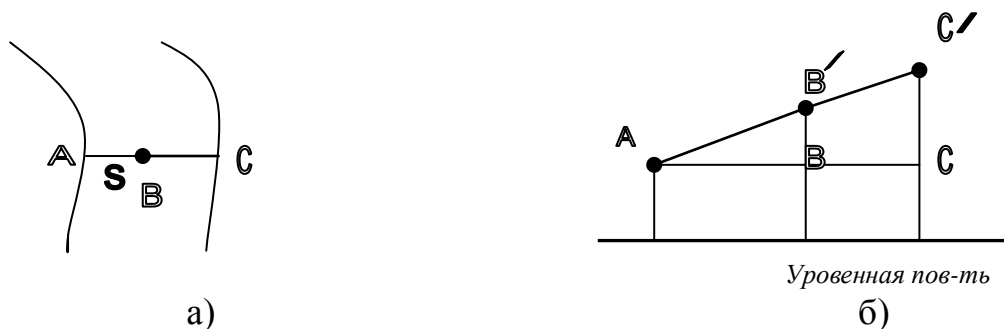


Рис.5

Из подобия треугольников  $AC'C$  и  $AB'B$  следует

$$\frac{h}{s} = \frac{h_C}{AC}$$

но  $\frac{h_C}{AC} = i$ , поэтому  $h_{AB} = is$ . Теперь по формуле (4) определяем искомую высоту точки В.

Пример.  $h = 2,5$  м;  $H_A = 122,5$  м;  $AC = 136$  м;  $s = 76$  м.

$$H_B = 122,5 + \frac{2,5}{136} 76 = 122,5 + 1,40 = 123,9 \text{ м.}$$

### 5.5. Прямая и обратная геодезическая задача на плоскости.

В геодезии есть две стандартные задачи: прямая геодезическая задача на плоскости и обратная геодезическая задача на плоскости.

*Прямая геодезическая задача - это вычисление координат  $X_B, Y_B$  конечного пункта, если известны координаты  $X_A, Y_A$  начального пункта линии  $AB$ , дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  и длина горизонтального проложения  $S_{AB}$  линии  $AB$ , соединяющей эти пункты.*

То есть известны  $X_A, Y_A, \alpha_{AB}, S_{AB}$ . Надо вычислить  $X_B, Y_B$ .

Рассмотрим наиболее простой случай, когда линия  $AB$  расположена в первой четверти системы прямоугольных координат и имеет северо-восточное направление, когда дирекционный угол равен величине румба

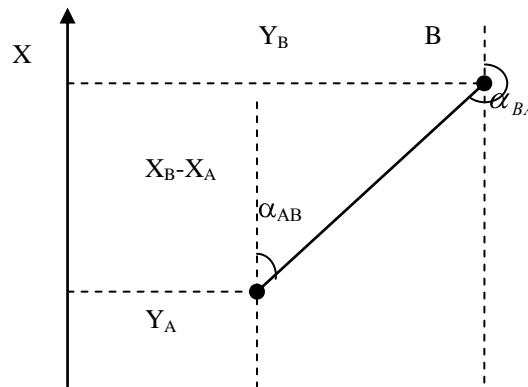
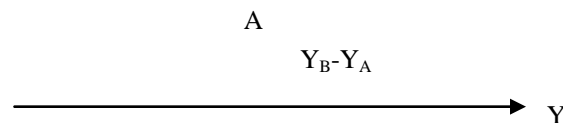


рис.1.

Рис.1.

Из рис.1. видно, что

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_A + (x_B - x_A) \\ y_B &= y_A + (y_B - y_A) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



В этой формуле разности координат точек  $B$  и  $A$  линии  $AB$  называют *приращениями координат* этой линии. Вместе с этим из рис.1 видно, что *приращениями координат линии называются ортогональные проекции горизонтального проложения линии на оси координат*. Приращения координат имеют обозначения  $\Delta x, \Delta y$ . В соответствии с этим ф.(1) перепишем как

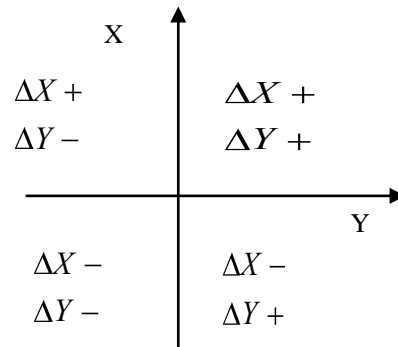
$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_A + \Delta x_{AB} \\ y_B &= y_A + \Delta y_{AB} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Равенства (2) читаются так: координата конечной точки линии равна координате начальной точки линии плюс приращение координат между ними.

Из рис.1 видно, что приращения координат могут быть вычислены по дирекционному углу линии и ее горизонтальному проложению, являющемуся гипотенузой прямоугольного треугольника, в котором катеты (приращения координат) получаются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{AB} &= s_{AB} \cos \alpha_{AB} \\ \Delta y_{AB} &= s_{AB} \sin \alpha_{AB} \end{aligned} \right\} (3)$$

Приращения координат также как и превышения имеют знаки (плюс и минус). Но знаки приращений зависят от знака косинуса и синуса дирекционного угла или от названия румба линии, и не зависят от четверти, образованной осями координат (рис.2).



Подставим ф.(3) в ф.(2), получим формулы для решения прямой геодезической задачи:

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_A + s_{AB} \cos \alpha_{AB} \\ y_B &= y_A + s_{AB} \sin \alpha_{AB} \end{aligned} \right\} (4)$$

*Обратная геодезическая задача состоит в том, чтобы вычислить дирекционный угол  $\alpha$  и горизонтальное проложение линии AB, соединяющей два пункта с известными координатами  $X_A, Y_A$  и  $X_B, Y_B$  (рис.1).*

То есть известны:  $X_A, Y_A$  и  $X_B, Y_B$ .

Надо определить:  $\alpha_{AB}, S_{AB}$ .

На рис.1 по катетам прямоугольного треугольника (приращениям координат)

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{AB} &= x_B - x_A \\ \Delta y_{AB} &= y_B - y_A \end{aligned} \right\}$$

можно вычислить дирекционный угол:

$$\operatorname{tg}\alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (5)$$

При определении дирекционного угла особое внимание нужно обратить на знаки приращений координат.

Если требуется определить дирекционный угол  $\alpha_{AB}$ , т. е. в направлении с точки А на т. В, то вычисляя разности, нужно из координат точки конечной (В) вычесть координаты начальной точки (А) линии.

Определить горизонтальное проложение линии АВ можно по формулам:

$$\left. \begin{aligned} S_{AB} &= \frac{\Delta x_{AB}}{\cos \alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos \alpha_{AB}} \\ S_{AB} &= \frac{\Delta y_{AB}}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{y_B - y_A}{\sin \alpha_{AB}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

совпадение результатов, вычисляемых по этим формулам, контролирует вычисление  $\alpha_{AB}$ ,  $S_{AB}$ .

Эту же задачу можно решить в обратной последовательности. Сначала вычислить  $S_{AB}$  по теореме Пифагора:

$$S_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (7)$$

а затем дирекционный угол по формулам:

$$\sin \alpha_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{S_{AB}}; \cos \alpha_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{S_{AB}} \quad (8)$$