

ЛЕКЦИЯ 7. ПОНЯТИЕ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ И ИХ ТОЧНОСТИ.

7.1. Единицы мер, применяемые в геодезии.

Напомним, на первой лекции было сказано, что *геодезия* – наука, которая изучает форму и размеры Земли, геодезические приборы, способы *измерений* и т.д. Эти измерения называются геодезическими и выполняются с помощью геодезических приборов, предназначенных для измерения углов и расстояний (линий).

За единицу линейных измерений (расстояний, горизонтальных проложений, высот, превышений) в геодезии принимают *метр*, представляющий длину жезла-эталоны, изготовленного из платиноиридиевого сплава в 1889 г., хранящегося в Международном бюро мер и весов в Париже. При измерении линий определяется сколько раз метровый жезл укладывается в длине этой линии. Измерение линий осуществляется при помощи различных приборов от самых простых – рулеток, лент, до сложных – светодальномеров.

Единицами для измерения углов являются *градус, радианы, градианы*.

Градусная система. Градус - это 1/90 часть прямого угла, минута - это 1/60 часть градуса, секунда - это 1/60 часть минуты, $1^{\circ} = 60' = 3600''$

Радианная система. Радиан - это центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности. Полный угол в 360° содержит 2π радианов. Переход от радианной системы к градусной и обратно:

$$\beta^{\circ} = \beta_{рад} * \rho^{\circ}; \beta_{рад} = \beta^{\circ} / \rho^{\circ}$$

$$\beta' = \beta_{рад} * \rho'; \beta_{рад} = \beta' / \rho'$$

$$\beta'' = \beta_{рад} * \rho''; \beta_{рад} = \beta'' / \rho''$$

Значения переходного коэффициента ρ :

$$\rho^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2 * 3,14159} \approx 57^{\circ},3$$

$$\rho' = \frac{360^{\circ} * 60'}{2 * 3,14159} \approx 3438'$$

$$\rho'' = \frac{360^{\circ} * 60' * 60''}{2 * 3,14159} \approx 206265''$$

Градовая система.

Град - это 1/100 часть прямого угла,
сантиград - это 1/100 часть града,
сантисантиград - это 1/100 часть сантиграда,
 $1 \text{ град} = 100 \text{ с} = 10000 \text{ сс}$.

Измерение углов в градианах не нашло широкого распространения.

Для измерения углов на местности применяются угломерные приборы из которых основными являются теодолиты.

Единицей измерения площадей является *гектар*, равный 10000 м^2 .

7.2 Сущность и виды измерений.

Под измерением данной физической величины понимается процесс сравнения ее с другой физической величиной того же рода, принятой за единицу измерения. Полученное именованное число называется результатом измерения.

Измерения различают на непосредственные (прямые), посредственные (косвенные), равноточные, неравноточные, необходимые, дополнительные (избыточные), зависимые и независимые.

Непосредственными называются измерения, при которых измеряемая величина непосредственно сравнивается с единицей меры, например, измерения линий лентой, углов транспортиром и т.д.

Посредственными или косвенными называются измерения, когда искомая величина находится путем измерения других величин, например, определение неприступных расстояний.

Под равноточными понимают измерения, полученные одним и тем же прибором (или различными приборами одного класса точности) одним и тем же или равноценными методами, одинаковым числом приемов и в одинаковых условиях. Пример: измерения углов теодолитами одинаковой точности. Если указанные условия не соблюдаются, то результаты измерений будут неравноточными, например, измерение углов теодолитами разной точности или одним теодолитом, но разным числом приемов.

Необходимыми считаются измерения, которые позволяют получить искомую величину только один раз. Если одна величина измерена n раз, то одно измерение будет необходимым, а остальные $n-1$ - избыточными. Например, для определения всех сторон и углов в треугольнике необходимо знать не менее трех его элементов, в т.ч. хотя бы одну сторону. Если измерены все углы и стороны, то три величины будут избыточными.

Избыточные измерения нужны для контроля и повышения точности определения искомых величин, а также оценки точности искомых величин.

Зависимыми называют измерения, имеющие некоторые общие источники ошибок. Например, высоты точек **A** и **B**, полученные нивелированием от репера, будут зависимы, т.к. ошибки превышений в звене **RA** будут для них общими (рис. 1.1). Если проложить самостоятельные ходы до точек **A** и **B**, то их высоты будут независимыми (рис. 1.2).

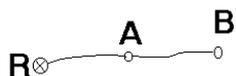


Рис. 1.1.

Зависимые измерения.

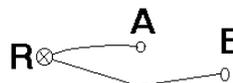


Рис. 1.2.

Независимые измерения.

7.3. Погрешности измерений, их классификация и свойства.

Погрешностью результата измерения называется разность между результатом измерения и точным (истинным) значением измеряемой величины, т.е.

$$\Delta = l - x, \quad (1)$$

где Δ – ошибка измерения (истинная ошибка);

l – результат измерения;

x – точное значение величины. Такая погрешность Δ называется *абсолютной*.

Относительной погрешностью измерения называют отношение абсолютной погрешности к результату измерения. Относительная погрешность обычно выражается аликвотной дробью.

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l} = \frac{1}{n}.$$

Причинами возникновения погрешностей измерений являются неточности в изготовлении и юстировки приборов, влияние внешних условий, неточности выполнения операций наблюдателем, изменения самого объекта измерения и несовершенство метода измерений. В соответствии с **источниками возникновения** различают погрешности:

- 1) *приборов*;
- 2) *внешние*;
- 3) *личные*;
- 4) *объекта*;
- 5) *метода измерений*.

По характеру действия на конечный результат погрешности делятся на *грубые, систематические и случайные*.

Грубые погрешности (промахи) вызываются невнимательностью наблюдателя или неисправностью прибора. Они превосходят по абсолютной величине некоторый предел, установленный для данных условий измерений. Измерения, содержащие грубые ошибки, бракуются и заменяются новыми. Для выявления грубых ошибок производятся избыточные измерения (линии измеряют дважды, в треугольнике измеряют все три угла и т. п.).

Систематические погрешности подразделяются на постоянные, переменные и односторонне действующие.

Постоянные систематические ошибки при измерении одной и той же величины несколько раз, всякий раз появляются с одним знаком и одинаковые по величине. Например, ошибки за счет неточного центрирования теодолита при измерении углов несколькими приемами будут одинаковыми в каждом приеме.

Переменные систематические ошибки меняются от приема к приему, следуя определенному закону. Например, ошибки в направлениях, обусловленные эксцентриситетом алидады, или ошибками нанесения штрихов лимба теодолита.

Односторонне действующие систематические ошибки изменяются случайным образом, но сохраняют знак. Например, ошибка в длине линии из-за отклонения мерной ленты от створа.

Случайными называются погрешности, которые не связаны функциональной зависимостью с какими-либо факторами. Ни величину, ни знак случайной ошибки заранее предсказать нельзя. В последовательности появления погрешности тоже нет никакой закономерности. Однако если рассматривать их в большом количестве, то выявляются определенные статистические закономерности.

Случайные ошибки основного типа обладают следующими вероятными **свойствами**:

1. По абсолютной величине ошибки не превосходят некоторого предела.
2. Положительные и отрицательные ошибки, равные по абсолютной величине, имеют равные вероятности, т.е. встречаются одинаково часто.
3. Чем больше ошибка по абсолютной величине, тем меньше ее вероятность появления.
4. Среднее арифметическое из значений случайных ошибок при неограниченном возрастании числа измерений одной и той же величины имеет пределом нуль, т. е. математическое ожидание ошибки равно нулю

$$\bar{\Delta} = \text{вер. lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0.$$

7.4. Числовые характеристики точности измерений.

В качестве числовой характеристики точности измерений обычно пользуются средней квадратической погрешностью, определяемой по формуле

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}, \quad (1)$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ – истинные ошибки измерений.

Оценку точности измерений характеризуют также *предельной ошибкой*, вычисляемой по формуле

$$\Delta_{np} = \tau m, \quad (2)$$

где τ – коэффициент, значение которого принимают таким, чтобы была мала вероятность появления ошибки больше вероятной. Обычно для τ принимают значения 3, 2,5 или 2.

Если одна и та же величина измерена с одинаковой точностью несколько раз, то за окончательное значение измеренной величины берут среднее арифметическое, определяемое по формуле

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n}. \quad (3)$$

Среднее арифметическое из результатов равноточных измерений обладает следующими свойствами.

1. С увеличением числа измерений n арифметическая средина имеет тенденцию стремиться к точному значению величины X .

Доказательство. Пусть сделано n измерений. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= l_1 - X, \\ \Delta_2 &= l_2 - X, \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta_n &= l_n - X. \end{aligned}$$

Сложим и разделим на n . Получим

$$\frac{[\Delta]}{n} = \frac{[l]}{n} - X \quad \text{или} \quad \frac{[\Delta]}{n} = L - X.$$

По свойству случайных ошибок

$$\text{вер. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0.$$

Следовательно, L стремится к X .

2. Если среднее арифметическое образовано из результатов измерений свободных от систематических ошибок, то и само оно не содержит их.

Для нахождения средней квадратической погрешности среднего арифметического, которое запишем в виде

$$L = \frac{[l]}{n} = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n,$$

СКП среднего арифметического определяется по формуле:

$$m_L^2 = M^2 = \frac{1}{n^2} m_1^2 + \frac{1}{n^2} m_2^2 + \dots + \frac{1}{n^2} m_n^2.$$

Поскольку измерения равноточные

$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m.$$

Следовательно

$$M^2 = \frac{1}{n^2} m^2 n = \frac{m^2}{n},$$

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \quad (4)$$

Таким образом, средняя квадратическая погрешность среднего арифметического из n равноточных измерений в \sqrt{n} раз меньше погрешности одного измерения.