1. *Вводная лекция. Моделирование лесхозяйственных процессов*

Литература

1. Антанайтис В.В. Закономерности лесной таксации.- Каунас, 1979
2. Антанайтис В.В. Современное направление лесоустройства, М, 1977
3. Атрощенко О.А. Исследование операций в лесохозяйственных задачах. Ч. 1,2. Мн, 1992.
4. Атрощенко О.А. Применение ЭВМ в лесохозяйсвенных исследованиях и диплломном проектировании по лесному хозяйству. Ч.1, 1985, Ч.2., 1989 ,Мн.
5. Свалов Н.Н. Моделирование производительности древостоев и теория лесопользования. М., 1979
6. Составление математических моделей роста насаждений.,Л., 1980
7. Уход за лесом на основе целевых программ. Л.,1985

1.1. Цели и задачи моделирования

Основной целью моделирования лесохозяйственных процессов является такой модели (программы), которая наиболее полно смогла бы описать процессы изменения лесных систем в целом или отдельных ее структурных частей.

Каждый конкретный случай ставит соответствующую задачу: создание моделей роста и производительности древостоев, моделей строения древостоя по таксационным показателям, моделей пространственного распределения стволов, моделей изменения отдельных таксационных показателей со временем, моделей взаимосвязей таксационных показателей между собой и с внешними природными и антропогенными факторами, моделей формирования древостоев, моделей рубок леса и сортиментной структуры вырубаемой древесины, модели экономической эффективности.

1.2. Математические методы исследования

Математические методы исследования являются важной составной частью научного метода познания. Широкое применение математических методов и компьютерных технологий получило в настоящее время. Сегодня компьютерная техника является одним из определяющих факторов научно-технического прогресса. Применение ее в лесном хозяйстве связано с разработкой математических моделей роста леса, созданием вычислительных алгоритмов и соответствующего программного обеспечения как общего, так и специально ориентированного характера. На современном этапе в экспериментальной геоботанике накопление большого опытного материала превалирует над его теоретическим осмысливанием. Математическое моделирование приучает исследователей к строгому логическому анализу. Исследователь при построении модели должен сформулировать четкую цель исследования, исходные гипотезы, выделить факторы, влияющие на процесс, рассмотреть всевозможные следствия и т.д. Изменения окружающей среды под влиянием хозяйственной деятельности человека выдвигают важную народнохозяйственную задачу по изучению лесных биогеоценозов, их развития, устойчивости и способности к восстановлению. Математическое моделирование роста насаждений является основной составной частью описания лесного биогеоценоза с позиций системного подхода, современного направления моделирования роста леса на ЭВМ.

1.3. Основные направления моделирования в лесном хозяйстве

В информационной системе управления лесным хозяйством огромное значение имеют модели, описывающие лесохозяйственные процессы. Моделирование при этом ведется в следующих направлениях:

- модели, описывающие изменение отдельных таксационных показателей,
- характеризующие ход роста отдельного дерева, без учета внешних влияний,
- ход роста отдельного дерева, с учетом внешних факторов,
- строение древостоя по определенным таксационным показателям,
- характеризующих ход роста и производительность древостоя в целом.

Фундаментальное значение моделей производительности древостоев заключается в том, что они, отражая закономерности и законы роста и производительности древостоев, совместно с принципом целевого леса, многоцелевого лесопользования и расширенного воспроизводства лесных ресурсов составляют теоретические основы лесного хозяйства.

Разработка моделей является главной целью учения о производительности древостоев. Посредством моделей осуществляется конкретизация принципов целевого леса. От закономерностей производительности древостоев зависит выбор форм лесного хозяйства, древесных пород, способов рубок ухода и их интенсивности, возраста спелости и рубок. На основе закономерностей строятся многие нормативы лесного хозяйства, без знания которых невозможна реальная кадастровая оценка лесных ресурсов. Иными словами, от закономерностей роста и производительности древостоев зависит выбор рациональных способов организации и ведения лесного хозяйства.

Начало моделированию роста древостоев положил M.Peterson. Он основывался на применении методов множественного регрессионного анализа и теории распределений. Начальным этапом моделирования формирования сосняков явилось изучение закономерностей распределения числа стволов по ступеням толщины на пробных площадях различных возрастов. Изучение характера этого распределения имеет важное значение при теоретическом обосновании специфики формирования структуры древостоев. При этом наибольшую теоретическую значимость играют распределения видов: нормального, обобщенного нормального (Грама-Шарлье); Пирсона, логарифмически нормального, бета и гамма. Он также указал ряд главных недостатков: субъективизм в подборе древостоев для исследования и в установлении интенсивности выборки в них деревьев отпада, косвенное определение текущего прироста, являющегося основным показателем продуктивности.

Н.Н.Свалов представил основы плана случайно стратифицированного отбора опытного материала и обосновал статистический способ построения рядов развития насаждений. Новая, унифицированная методика построения таблиц хода роста насаждений разработана с учетом многолетнего опыта и последних достижений лесной таксации.

Загреевым В.В. разработаны типы роста насаждений, представляющие собой усредненные и систематизированные с определенной градацией относительные ряды хода роста по отдельным таксационным показателям и географическим районам.

Известные таблицы хода роста оптимальных насаждений представлены Е.Ассманном и Ф.Францем. Таблицы составлены по классам бонитета, определенным по верхней высоте. Моделирование производительности основано на установленной ими зависимости прироста древесины от определяющего фактора – полноты древостоя. Они ввели понятие трех уровней полноты: максимальный уровень - у самых полных древостоев, оптимальный - соответствует высшему текущему приросту древесины, критический - полнота древостоев, при которой текущий прирост на 5% ниже по сравнению с максимальным. Новшеством таблиц Ассмана-Франца является то, что всевозможные связи, использованные в таблицах, выражены при помощи ЭВМ системой уравнений.

Атрощенко О.А. разработал модели производительности сосновых древостоев по уровням производительности (высший, средний и низший) и режимам ухода (М - малая интенсивность рубок ухода, С - средняя, Т - сильная). Таблицы составлены для типов леса и классов бонитета.

В США и Канаде ведутся работы по изучению хода роста насаждений с разным первоначальным количеством деревьев, обуславливающих неодинаковые суммы площадей сечений. Таблицы хода роста этих насаждений имеют определенные преимущества для прогнозирования таксационных показателей и планирования размера промежуточного пользования. Для их построения требуется большое количество экспериментального материала, поэтому математические методы осуществляются с помощью компьютерных технологий.

Специалисты ряда зарубежных стран при построении таблиц хода роста наряду с математическими методами и ЭВМ широко используют графики. На основе типов кривых по отдельным таксационным показателям были разработаны модели хода роста Загреевым В.В.

Моделирование хода роста и производительности насаждений различной густоты проводилось А.П.Тябера. Первоначальная густота рассчитывалась с применением коэффициента Бекинга, густота в последующих возрастах при помощи экспонентных уравнений и значения таксационных показателей - через уравнения множественных регрессий. Полученные параметры насаждений близки к принятым оптимальным нормативам.

По В.В. Антанайтису: "Оптимальными для данной лесорастительной зоны, определенных почвенных и экономических условий следует считать древостои такого породного состава, густоты и типа территориального размещения деревьев, которые при максимальном использовании потенциального плодородия почв, обеспечивают получение продукции при наименьших затратах в соответствии с требованиями народного хозяйства в ближайшей и отдаленной перспективах".

При решении вопросов моделирования оптимальной густоты насаждений, несмотря на различные методические подходы, за основу принимается известная закономерность, что с увеличение густоты насаждений до определенной величины текущий прирост по запасу увеличивается, а затем начинает уменьшаться. Это значит, что за оптимальную принимается такая густота, при которой в рассматриваемый момент времени достигается максимальный текущий прирост по запасу.

Способ моделирования оптимальной густоты насаждений должен основываться на положении: максимальную продукцию можно получить в случае сочетания таких условий, как максимальное поглощение солнечной энергии и максимальная сомкнутость полога, который должен состоять из максимально продуктивных деревьев, находящихся на оптимальном расстоянии друг от друга.

Модель максимально продуктивных сосняков эксплуатационного назначения Сибири разработана М.П.Гординой. Теоретической основой для ее модели послужило получение в единицу времени с одного гектара максимального количества промышленных сортиментов. Модель максимально продуктивных сосняков лишайниковых эксплуатационного назначения составлена, основываясь на уравнениях зависимости диаметра от высоты и процента выхода крупной деловой древесины от диаметра.

Вопросы моделирования формирования высокопродуктивных сосновых насаждений на Урале рассмотрены В.А.Галако. Начальным этапом его работы стало изучение закономерностей распределения числа стволов по ступеням толщины разновозрастных насаждений, пространственной структуры насаждений. В качестве критерия оптимальности взят максимум древесной массы (максимальный запас) и максимальный прирост. Анализ взаимосвязи запаса древостоев с таксационными показателями проведен с помощью методов множественного регрессионного и факторного анализа.

Этот же вопрос затрагивался С.В.Соколовым, однако подход к моделированию был другим. Проверка принадлежности пробных площадей к одному естественному ряду проводились путем анализа хода роста в высоту наиболее высоких деревьев и выравнивания средних высот и диаметров по пробным площадям в зависимости от возраста древостоев и последующего вычисления отклонений данных от выравненных средних.

Моделирование хода роста модальных насаждений проводилось Михайловым М.М., Зыковым И.Н. и Сабировым А.Т.Основой их экспериментального материала послужили таксационные описания выделов выбранных по способу статистической выборки. На примере сосняков-брусничников юго-западной Якутии Богданов В.Н. исследовал ход роста, имея экспериментальные данные по пробным площадям, заложенным в насаждениях четырнадцати классов возраста.

Разрабатываются новые типы моделей хода, роста отражающие последствия изменений окружающей среды и отражающие динамику всех продуктов и полезностей леса.

Сопоставив все исследования по моделированию производительности древостоев, можно выявить ряд основных факторов, влияющих на производительность: биологическая особенность древесной породы; генетические свойства отдельных деревьев; хозяйственный режим, а также санитарное состояние древостоя.

Однако влияние этих факторов изучено неодинаково.

При разработке более универсальных математических моделей следует решить вопросы по разработке совершенных моделей оценки производительности древостоев в статике и моделирования самоизреживания древостоев.

Примером решения первого вопроса может служить модель Грута:

$G = f(A,B,N,L)$,

где G - сумма площадей сечений; A - возраст; B - класс бонитета; N - густота древостоя; L - индекс географического района.

Для решения второго вопроса необходимо разработать имитационные модели, в основе которых должны быть положены закономерности строения и взаимосвязи таксационных показателей древостоя.

Моделирование остается вероятностным, потому что нельзя учесть последствий хозяйственной деятельности на окружающей территории, периодического изменения климата и несовпадения календарных дат, генетических особенностей данного сочетания дедропопуляций и других причин. Тем не менее, точность прогнозов и целесообразность моделирования можно значительно увеличить.

Анализ факторов, влияющих на рост насаждений, также обзор существующих методов моделирования их роста позволяет сделать сдедующие выводы.

Изучение хода роста насаждений следует проводить по составляющим породам как биологическим совокупностям деревьев, подчиненным определенным закономерностям.

Наличие взаимосвязи между таксационными показателями, условиями местопроизростания и возрастом насаждений показывает, что в любой отрезок времени исходное состояние древостоя во многом определяет его последующий ход роста.

Весь комплекс факторов, влияющих на рост модальных насаждений, традиционным методом подбора древостоев одного естественного ряда учесть практически невозможно, так как потребуется составлять огромное количество таблиц, при этом таблицы не будут отражать в полной мере рост конкретных древостоев. В этом случае ход роста насаждений можно наиболее точно отразить математической моделью, учитывающей все возможные состояния древостоев и факторы, влияющие на их рост.

2. *Системный подход к моделированию*

2.1 Система лесохозяйственной информации

Современный период развития познания характеризуется проникновением науки в новые, ранее не известные области объективного мира, выявление глубинных структурных уровней организации в живой и неживой природе. Системный подход рассматривается в качестве одного из конкретных путей все более глубокой диалектизации естествознания. Значение диалектического материализма и его категорий определяется во многом как раз методологическими и логическими принципами, которые являются основой для дальнейшего развития научных понятий, форм познания, раскрытия взаимосвязи понятий, выработки системного представления о мире и его закономерностях. Вопрос о методах познания сложных объектов впервые в развернутом виде был поставлен в работах классиков марксизма-ленинизма. Это - метод восхождения от абстрактного к конкретному, единство логического и исторического, диалектическое понимание анализа и синтеза, взаимоотношения части и целого и т.д.

Одной из первых наук, в которой объекты исследования рассматривались как системы, была биология. Поиски путей решения задачи обогащения и дополнения эволюционного подхода в биологическом исследовании привели к формированию системного подхода, получившего различные конкретные воплощения в работах В.И.Вернадского, Л. фон Берталанфи, У.Рос Эшби, Н.А.Берштейна и других советских и зарубежных исследователей.

Моделирование роста леса рассматривается как небольшой сегмент в общей системе контроля и управления лесными ресурсами. Место моделирования и имитации роста в общем ряду действий, необходимых для системы контроля лесных ресурсов и разработки политик управления (программ ведения лесного хозяйства) дано Holling (1971). Проблемы, тормозящие процесс, указаны прерывистыми линиями (рис.1.1).

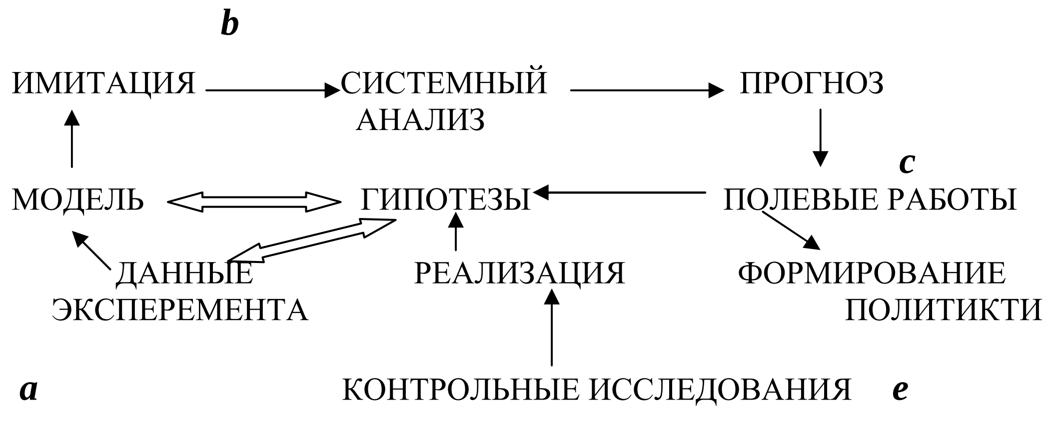


Рис.1.1. Последовательность действий для системы контроля лесных ресурсов и разработки политик управления

Наибольшие трудности в решении проблемы контроля и управления лесными ресурсами имеются в направлениях: 1) построение математических моделей процессов; 2) переход от имитации роста отдельных деревьев, насаждений к представлению объектов в виде систем (биогеоценоз, лесная экосистема и т. д.); 3) проверка научных гипотез и адекватности моделей; 4) оценка прогноза функционирования объектов на полевых опытах в лесу.

В системных исследованиях объекты, представляющие собой органическое целое, имеющие собственную историю, поведение, развитие, являющиеся иерархическими по своей структуре, рассматриваются в виде систем. Аналитические способы познания играют в системном анализе роль тактического средства, подчиненного стратегической цели - последующему синтезу для получения целостной картины объекта. Таким образом системный подход предопределяет общую программу исследования: 1) определение цели исследования; 2) установление границ объекта как системы; 3)структурный анализ и расчленение объекта на однородные элементы; 4) разработка математических моделей связи между элементами системы; 5) выявление и моделирование общих свойств системы; 6) синтез моделей в целостную модель объекта; 7) имитация функционирования системы при различных начальных условиях; 8) системный анализ результатов работы модели объекта; 9) разработка моделей элементов и системы на более высоком уровне, последующий синтез моделей и т. д., как повторяющийся процесс.

Системный подход не дает решения проблемы непосредственно, а основную роль в исследовании, описании объектов и элементов системы играют теоретические и методические положения конкретных наук (лесоводства, лесной таксации, геоботаники, почвоведения, физиологии растений, математической статистики и т. д.). С другой стороны, системные исследования требуют использования общего, понятного для разных специалистов языка и единой методики исследования. Таким языком является математический аппарат, а единым методом - математическое моделирование.

2.2 Статистический и кибернетический походы к описанию систем

За последние десятилетия четко установилось два существенно различных подхода к математическому описанию больших систем.

Первый подход - использование идей и методов многомерной математической статистики. Современные ЭВМ позволяют разработать сложные математические модели роста древостоев с числом независимых переменных (факторов), близких к ста. К сожалению, ценность таких многомерных моделей невелика. При изучении и описании такой большой системы как лес возникают сложные задачи научного обоснования, формирования и отбора критериев для моделирования и особенно, прогнозирования хода роста насаждений. Мы располагаем данными, так называемого, пассивного эксперимента, т.е. наблюдаем за процессами естественного роста насаждений, где эксперимент ведет природа с учетом хозяйственной деятельности человека. Недостаток многомерного регрессивного анализа, выполненного по схеме пассивного эксперимента, в том, что все независимые переменные (они, как правило, варьируют и сильно коррелированы) можно включить в модель. Это приводит к смещению в оценках коэффициентов регрессии, и оно может оказаться настолько сильным, что регрессивный анализ и регрессионная модель потеряют всякий смысл (В.В.Налимов,1971).

Второй подход к изучению и описанию больших диффузных систем - кибернетический. Кибернетический метод связан с понятием информации, а процессы в системах рассматриваются как процессы ее передачи, хранения и переработки. Любая информация независимо от ее конкретного содержания, рассматривается как выбор между двумя или более ее состояниями, а количество информации представляет основную характеристику процесса. Кибернетический подход позволяет решить многие задачи (особенно теоретические) с большой степенью обобщения. В свое время такой подход использован при моделировании структуры лесной растительности СССР с реализацией карты на ЭВМ. По мнению К.Е.Никитина и А.З.Швиденко практическое значение моделей кибернетического типа в исследованиях лесной экосистемы пока незначительно: неизбежные на современном уровне знания упрощения не позволяют получать достаточно полные и содержательные модели; дисперсия исходных данных часто так высока, что применение сложных моделей может привести к результатам, надежность которых нельзя оценить объективными методами.

В последнее время в лесоводственных исследованиях приобретают интерес так называемые имитационные модели, которые широко используются в практике при разработке систем моделирования и прогноза роста насаждений. Когда имитационная модель отражает разнообразие взаимосвязи и возможную последовательность событий, ЭВМ становится неоценимо важным инструментом для рационализации процессов, совершенствования планирования и обоснованного прогноза.

Системные концепции использовались в исследованиях классиков лесной науки Г.Ф.Морозова, М.М.Орлова, В.Н.Сукачова. Системы в лесном хозяйстве можно условно разделить на две группы: 1) естественные системы, существующие в природе (клетка, дерево, насаждение, биогеоценоз и т.д.); 2) системы в виде комплекса мероприятий для решения крупных проблем или системы управления (лесоустройство, как система для информационного, технико-нормативного и научного обеспечения отрасли, автоматизированная система лесохозяйственной информации). Между ними нет отчетливой границы, первые неизбежно предполагают дальнейшее управление и оптимизацию, а вторые часто отражают уже существующую ситуацию.

Естественные биологические системы типа лесных биогеоценозов, лесной экосистемы отличаются сложностью и многофакторностью взаимосвязей и взаимодействий, участием живых и неживых элементов антропогенным влиянием.

Лесная экологическая система представляет собой большую динамическую диффузную систему, которая является одной из самых трудных для изучения и математического описания. В диффузных системах нельзя разграничивать действия отдельных факторов. В больших системах необходимо учитывать очень много факторов, задающих различные по своей природе, но тесно взаимодействующие друг с другом процессы.

Особенностями лесной экосистемы являются: 1) сложность внутреннего строения, т.е. многомерность процессов; 2) многофакторность внешней среды, т.е. математическая модель должна содержать много переменных; 3) незамкнутость энергетически - необходимость совместного моделирования лесной экосистемы и окружающей среды; 4) саморегуляция -стремление к устойчивому состоянию; 5) мультистабильность - высокая способность реагировать на различные воздействия; 6) динамичность - постоянно развивается в пространстве и во времени; 7) существенная нелинейность в зависимостях между элементами системы; 8) прерывистый характер биосистемных связей, что не соответствует математической модели непрерывной функции.

2.3 Структура систем информации, планирования и принятия решения

Переход к обработке данных на ЭВМ, автоматизированной системе управления (АСУ) и автоматизированной системе плановых расчетов (АСПР) в лесном хозяйстве требует разработку информационного обеспечения автоматизированных систем, которое предопределяет создание соответствующей системы лесохозяйственной информации. С позиций системного подхода систему лесохозяйственной информации для принятия управленческих решений в условиях ОАСУ-лесхоз можно предоставить в виде систем: информации, планирования и принятия решения. Лесная экологическая система развивается в условиях окружающей среды. Информация о состоянии лесного фонда объекта (лесхоза) собирается в лесной экосистеме путем различных измерений (глазомерно-измерительная, выборочная, перечислительная таксация леса, материалы аэрофотосъемки и т.д.) и накапливается в системе сбора информации (рис. (1.2). Данные обрабатываются в системе обработки информации и поступают в систему планирования, где разрабатываются альтернативные варианты решения задачи (программы) как законченный во времени и пространстве комплекс лесохозяйственных мероприятий, проводимых в объекте для достижения поставленной цели лесоуправления. Чем больше выработано возможных решений (альтернатив), тем лучше (если достаточно времени на их анализ), так как в этом случае не будет упущена какая-нибудь ценная альтернатива для принятия оптимального варианта решения.

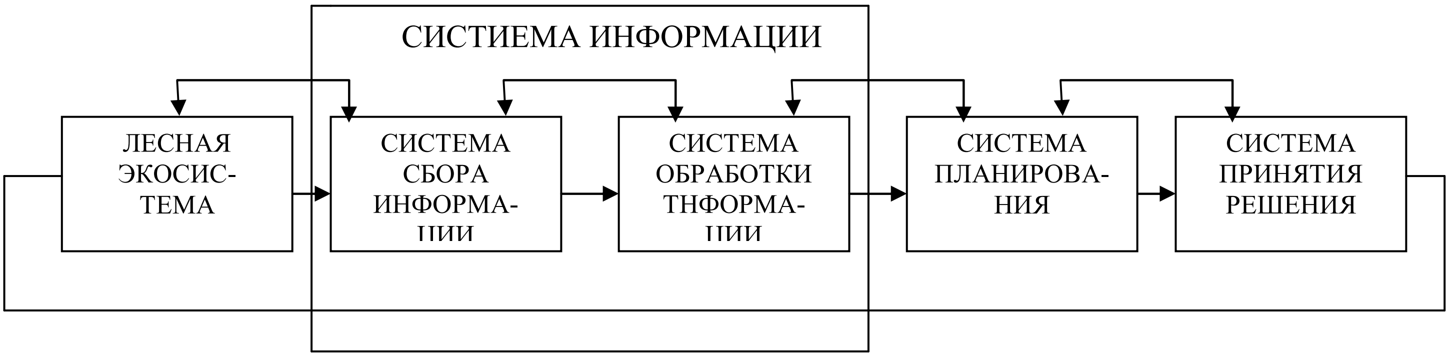


Рис. 1.2. Система лесохозяйственной информации

В системе принятия решения, исходя из анализов ограничений (например, размера лесопользования и объема лесовосстановления) с учетом определенной степени самостоятельности в принятии решения и принципов устойчивости системы получают допустимые альтернативы, из которых отбирают оптимальные с точки зрения практической реализации критериев принятия оптимальных решений.

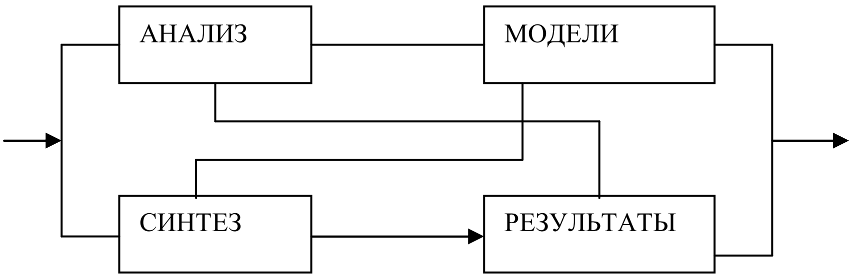


Рис 1.3. Структура систем информации, планирования и принятия решения

Законченный во времени и пространстве комплекс лесохозяйственных мероприятий означает, что оптимальная программа ведения лесного хозяйства в объекте дает рациональное размещение мероприятий (рубок леса, посева и посадки леса, осушения, удобрения и т.д.) по территории (в пространстве) и на долгосрочный период планирования (во времени).

Системы информации, планирования и принятия решения имеют в соответствии с принципами системного подхода подобную структуру. Анализ применяется как логический прием расчленения целого на отдельные элементы и рассмотрения каждого из них в отдельности. Информация из анализа поступает в модели (рис. 1.3). В этой части строятся как модели, описывающие систему в целом (модели информации, модели ситуации планирования, модели принятия решения), так и модели, описывающие отдельные элементы (модели прогноза роста насаждений, модели рубок ухода, модели целевой функции и т.д.). Синтез применяется как объединение всех данных в целостную систему. Его задача состоит в установлении причинно-следственных связей между элементами системы, сущности управляемых процессов, прогнозирования их развития. Система лесохозяйственной информации должна быть информационно развивающейся, т.е. по мере поступления новой, более надежной информации отдельные подсистемы совершенствуются. Это означает, что результаты выхода, например системы планирования, могут использоваться как переменные входа в систему принятия решения или поступают обратно в "анализ" этой же системы планирования для подготовки моделей более высокого уровня.

Для создания системы планирования требуется разработать имитационные системы (модели) рубок ухода за лесом с применением моделей связи и прогноза роста деревьев и древостоев, функций распределения деревьев по диаметру, моделей прироста и других; экономико-математические модели роста насаждений; модели экономической спелости, модели таксовой стоимости древесины, стоимости сортиментов и т.д.

Научно-технический прогресс в народном хозяйстве страны, в том числе развитие лесного хозяйства, предопределяет, что любая оптимальная программа ведения лесного хозяйства в объекте является преходящей (недолговечной), так как опыт и новая информация будут предполагать новую ревизию лесотаксационных нормативов (моделей), пересмотр существенных подсистем. Таким образом, планирование будет процессом адаптации, опорой которому могут служить анализ и синтез лесохозяйственной информации, разработка информационно развивающихся систем. В добавлении к этому система лесохозяйственной информации должна быть дешевой и достаточно быстродействующей (эффективность системы), чтобы непрерывно разрабатывать программы ведения и развития лесного хозяйства. Это - одно из главных требований к разработке человеко-машинной системы управления лесными ресурсами.

3. *Методы исследования операций*

3.1 Основные понятия и определения

Для лучшего понимания методов и моделей исследования представим ряд определений специальных терминов.

СИСТЕМА – это множество элементов, имеющих определенные характеристики или признаки в числовой или логической форме, взаимосвязанных между собой и окружающей средой и образующих определенную целостность, единство.

СОСТОЯНИЕ СИСТЕМЫ определяется непрерывными и дискретными значениями признаков элементов системы.

ОПЕРАЦИЕЙ называется всякое мероприятие(система действий), объединенное и направленное к достижению единой цели. Операция является всегда управляемым мероприятием, т. е. От нас зависит, каким способом выбирать некоторые параметры, характеризующие организацию управления операцией в широком смысле, включая набор технических средств. Такие лесохозяйственные мероприятия как, например, рубки ухода, главные рубки, создание лесных культур, подготовка лесосечного фонда, защита и охрана лесов, лесомелиорация, относятся к операциям.

Всякий определенный выбор зависящих от нас параметров организационного управления операцией называется решением. Решения могут быть удачными и не удачными, обоснованными и произвольными. ОПТИМАЛЬНЫМИ называются решения, которые по тем или другим признакам предпочтительнее остальных. Цель исследования операций заключается в выявлении оптимального(наилучшего) решения задачи организационного управления операцией в условиях ограничений технико-экономического или другого характера. Например, как определить оптимальный размер главного пользования или выбрать лучший способ лесовосстоновления.

ОПЕРИРУЮЩЕЙ СТОРОНОЙ называются отдельные руководители и коллективы, объединенные организационным управлением и стремящиеся к достижению поставленной цели. В зависимости от масштабов операции и характера своего участия в ней представители оперирующей стороны могут сами формулировать цель, либо получать директивы извне. Примером оперирующей стороны является персонал лесничества, лесхоза, лесоустроительной партии.

АКТИВНЫМИ СРЕДСТВАМИ проведения операции называется совокупность материальных, энергетических, денежных, трудовых и других ресурсов, а также организационных возможностей, используемых оперирующей стороной для обеспечения успешного хода операции и достижения ее цели. Очевидно, оперирующая сторона должна обладать определенной свободой выбора активных средств и способностью как-то влиять на развитие событий. Примерами активных средств являются запасы древесины, трудовые ресурсы, фонд заработной платы лесорубочной бригады, расходуемый по ее усмотрению, производственные мощности и техника лесхоза.

СТРАТЕГИЯМИ оперирующей стороны в данной операции называются допустимые способы расходования имеющихся активных средств. Здесь слово «допустимые» следует понимать как не выходящие за пределы технико-организационных возможностей(ограничений). Оптимальные (от латинского optimus – наилучший) стратегии представляют первоочередной интерес для оперирующей стороны. Примеры стратегий: долгосрочный прогноз размера лесопользования, оптимальная породная структура лесов, капиталовложения в лесное хозяйство, развитие механизации лесохозяйственных работ.

ДЕЙСТВУЮЩИМИ ФАКТОРАМИ операций называются объективные условия и обстоятельства, определяющие ее особенности и непосредственно влияющие на ее исход. Различают факторы контролируемые и неконтролируемые оперирующей стороной. Контролируемые факторы – определенные (установленные) переменные, которыми можно управлять. Неконтролируемые факторы – переменные (и постоянные), не поддающиеся управлению. Неконтролируемые факторы обычно бывают неопределенные, имеющие вероятностную природу или проявляющиеся беспорядочно. Наличие контролируемых факторов указывает на возможность управления операцией. Примеры факторов, действующих на процесс рубок ухода и производительность древостоев, - интенсивность, повторяемость и способ рубок ухода(контролируемые факторы), солнечная радиация, температура и влажность воздуха, биологические особенности древесного вида(неконтролируемые факторы).

КРИТЕРИЕМ ЭФФЕКТИВНОСТИ операции(выбранной тактики или стратегии) называется показатель требуемого, ожидаемого, достигнутого соответствия между результатам предпринимаемых действий и целью операции. Важнейшей функцией является сравнительная оценка различных стратегий до начала их реализации. Его используют также на завершающем этапе операции для характеристики полученных результатов. Как правило, интерес представляют стратегии, позволяющие достичь максимальных(минимальных) значения критерия в численном выражении. Следовательно, необходимо тщательно отбирать критерии во избежание ошибочных интерпретаций цели операции и неоправданного расходования активных средств. Примеры критериев: максимум прибыли в процессе лесовыращивания на оборот рубки, минимум затрат на ведение лесного хозяйства при данных объемах рубки и лесовосстановления, максимум размера лесопользования, минимум стоимости перевозки древесины (транспортная задача), полное время загруженности машинно-тракторного парка лесхоза(задача составления календарных планов), оптимальное обслуживание и ремонт лесохозяйственной техники(задача массового обслуживания).

СОСТОЯНИЕМ операции в некоторый момент времени t называется совокупность ее характеристик(признаков), проявляющихся в этот момент и отражающих объективно сложившееся положение дел. Всякая операция представляет собой процесс, существующий во времени, проходящий различные этапы(фазы) развития и завершающийся получением конечного результата, сопоставимого с исходной целью. Обычно этот процесс как-то проявляет себя, обнаруживает некоторые свойства и поэтому может подвергаться воздействиям оперирующей среды. Если подобные проявления измеримы и допускают количественную оценку, то можно говорить о них как о варьирующих переменных, формально отражающих ход операции и называемых обычно фазовыми переменными.

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ операции называются формальные соотношения, устанавливающие связь принятого критерия эффективности с действующими факторами операции. Любая задача обладает формой и содержанием. Под формой понимается структура задачи, т. е. Состав ее переменных и постоянных и их взаимосвязь. Содержание определяется природой (значениями) этих величин. Математическая модель есть специальное представление формы задачи. Математические модели могут иметь вид формул, систем уравнений или неравенств, а также таблиц, числовых последовательностей, геометрических образов, отражающих зависимости между критерием эффективности операции и теми переменными, которые представляют учтенные действующие факторы.

Решением, связанным с выбранной математической моделью, называется конкретный набор значений управляемых переменных. Решение можно получить различными путями, с различной степенью точности, в различных предположениях о свойствах управляемых переменных, но независимо от этого оно должно рассматриваться лишь как вспомогательная информация для принятия окончательного решения.

3.2 Задачи и методы исследования операций

При постановке задачи организационного управления прежде всего важно:

1)определить цель операции;

2)установить значения варьирующих переменных исследуемой системы.

ЦЕЛЬ ОПЕРАЦИИ – конечный продукт, который необходимо получить путем выбора и реализации тех или иных управляющих воздействий на исследуемую систему.

В производственно-комерческой сфере цель как правило, заключается в максимизации прибыли или минимизации расходов. В сфере услуг стремятся к высокому уровню обслуживания. Если цель определена, то оптимальным считается такой способ действий, который в наибольшей степени способствует достижению этой цели.

Операционные модели, с математической точки зрения, часто имеют вид

$$Z=F(x, y), \tag{1.1}$$

Где Z – полезность или значение критерия , характеризующего качество функционирования системы; x – вектор переменных, которыми можно управлять (контролируемые); y – вектор переменных, не поддающихся управлению, но влияющих на Z; F – функция задающая зависимость между Z, x, y.

Оптимизация означает максимизацию (или минимизацию) целевой функции:

$$Z^*=Z\ (x, y) \rightarrow \max\ , \tag{1.2}$$

Где Z* - переменная, которую следует оптимизировать, x – вектор контролируемых переменных.

В процессе оптимизации вычисляется такое значение вектора x, которое обеспечивает оптимальное значение Z*. В дальнейшем рассматриваются только непрерывные целевые функции.

С момента возникновения исследования операции (ИСО) ее методы применялись для решения самых разнообразных задач. В настоящее время выделены определенные классы задач: распределительные, управления запасами, замены оборудования, массового обслуживания, упорядочения и координации, выбора оптимальных режимов движения, состязательные и поиска (Х.Таха, 1985).

Распределительные задачи связаны с распределением ресурсов по работам, которые необходимо выполнять. Задачи этого класса возникают тогда, когда имеющихся в наличии ресурсов не хватает для выполнения каждой работы наиболее эффективным способом. Поэтому целью решения задачи данного типа является отыскания такого распределения ресурсов по работам, при котором либо минимизируются общие затраты, связанные с выполнением работ, либо максимизируется полученный в результате общий доход (минимум затрат или максимум прибыли в процессе лесовыращивания).

Запас состоит из годных к употреблению, но неиспользуемых ресурсов. В качестве ресурсов могут выступать, например, люди, материалы, машины или деньги. Задача об управлении запасами ресурсов возникает при условии, когда количество ресурсов можно регулировать и существует по крайней мере одна статья затрат, возрастающих при увеличении запаса. Как правило, целевая функция в задачах такого рода сводится к минимизации общих (фактических или ожидаемых) затрат. Однако если запас влияет на спрос (т.е. на объем ресурса, требующийся потребителю), то целевая функция может выражаться в максимизации фактической или ожидаемой прибыли (максимум размера лесопользования и ожидаемой прибыли).

Задача о том, какой объем оборотного капитала следует иметь предприятию, также относится к категории задач управления запасами. Если предприятие имеет избыток оборотного капитала, то теряются доходы от возможных вложений этого избытка капитала. Это – затраты на содержание запаса. Если же ощущается недостаток оборотных средств, то приходится прибегать к займам, по которым выплачиваются проценты, что эквивалентно потерям от дефицита в задаче об управлении запасами.

Технические характеристики любой машины и оборудования вследствие старения, износа и других причин со временем ухудшаются. Это приводит к необходимости ремонта или замены оборудования с целью как уменьшения суммарных затрат на эксплуатацию оборудования, так и предупреждения полного выхода его из строя (отказа). В задачах замены оборудования рассматриваются вопросы оптимизации и принятий решений о замене, ремонте и обслуживании оборудования. Критерий оптимизации – минимум затрат на эксплуатацию оборудования.

Сетевые задачи выбора маршрута возникают в самых различных областях, но чаще всего они встречаются в процессах на транспорте и связи. Задача выбора маршрута заключается в определении такого пути, связывающего два или более пункта (узла), который минимизирует (или максимизирует) некоторый критерий оптимальности (время или стоимости проезда).

Состязательные задачи – это задачи, в которых сталкиваются интересы двух или более сторон, преследующих различные цели. Для решения состязательных задач, используются методы теории игр – математической теории конфликтных ситуаций. Формализованную модель конфликта в теории игр называют игрой. Основная задача игры – определение оптимальных стратегий. В связи с переходом к рыночной экономике состязательные задачи будут приобретать все большее значение. Одна из наиболее часто встречающихся задач в предпринимательской деятельности связана с участием в торге за получение контрактов. Почти все решения, принимаемые в сфере сбыта, относятся к задачам конкуренции. Каждый участник (игрок) стремится максимизировать свой минимальный гарантированный выигрыш. Во всех рассмотренных выше задачах ИСО предполагалось, что информация, необходимая для принятия решения, имеется или во всяком случае, ее можно получить. Поэтому все внимание уделялось отысканию оптимального решения. Прямо противоположная задача – выбор наилучшего способа получения информации при наличии определенного решения. Основным содержанием задачи подобного рода является процесс поиска.

В процессе поиска фигурируют два вида затрат: стоимость получения информации и цена ошибки, обусловленной использованием этой информации. Целевая функция задачи поиска – минимум суммы этих затрат. Для оптимизации процесса поиска необходимо определить, где и что искать (план выборки), сколько объектов наблюдать (объем выборки) и какие выводы делать на основе анализа результатов наблюдений (способ анализа полученной информации). Задачи поиска широко используются в практике лесоустройства при сборе информации о лесных ресурсах. План лесоинвентаризации составляется путем минимизации стоимости лесоустроительных работ при принятой стандартной ошибке оценки запасов или прироста древостоев (В.Антанайтис,1977; А.З.Никитин, А.З.Швиденко,1978).

3.3 Основные этапы решения задач ИСО

Решение задач ИСО предполагает выполнение следующих основных этапов:1) идентификация проблемы; 2)построение модели процесса (системы); 3) решение поставленной задачи с помощью модели; 4) проверка адекватности модели; 5) реализация результатов исследования.

При идентификации проблемы формулируется задача и цель исследования, выбирается критерии оптимизации, выполняется анализ системы (организации), устанавливаются взаимосвязи и количественные закономерности исследуемой системы, выявляются возможные альтернативы (варианты) решения задач, приминительно к исследуемой проблемной ситуации, определяются присущие системе требования, условия и ограничения.

Второй этап ИСО связан с построением модели. На этом этапе необходимо выбрать модель, наиболее подходящую для адекватного описания исследуемой системы. При построении такой модели должны быть установлены количественные соотношения для выражения целевой функции и ограничений в виде функций от управляемых переменных. Если разработанная модель соответствует некоторому общему классу математических моделей ИСО (например, моделям линейного программирования), то для получения решеничя удобно воспользоватся известными математическими методами. Если модель слишком сложна и не позволяет получить аналитическое решение задачи, то прибегают к имитационным или эвристическим моделям.

На третьем этапе ИСО осуществляется решение сфрмулированной задачи. При использовании математической модели решение получают с помощью апробированных оптимизационных методов, обычно с использованием ЭВМ(11). Кроме находдения оптимального решения, всякий раз, когда это возможно, получают дополнительную информацию о возможных изменениях решения при изменении параметров системы. Эту часть исследования называют анализом модели на чувствительность.

Четвертый этап ИСО заключается в проверке адекватности модели. Модель можно считать адекватной, если, несмотря на некоторые неточности отображения системы-оригинала, она способна обеспечить достаточно надежное предсказания поведения системы. Общий метод проверки адекватности модели состоит в сопоставлении получаемых результатов с характеристиками системы при тех же исходных условиях в прошлом. Если при аналогичных входных параметрах модель достаточно точно, с определенным уровнем вероятности или надежности воспроизводитповедение системы, то она считается адекватной. Рассмотренный метод оценки адекватности модели непригоден при разработке новых систем. Для оценки адекватности модели применяются также методы математической статистики.

Заключительный этап ИСО связан с реализацией полученных и соответствующим образом проверенных результатов. На данном этапе необходимо оформить конечные результаты ИСО в виде детальных инструкций по эксплуатации, которые должны быть составлены таким образом, чтобы они легко воспринимались лицами, обеспечивающими управление усовершенствованной системой и ее функционирование. Каждый из рассмотренных этапов важен при решении задач ИСО. Так, если неправильно поставлена задача или выбран не тот критерий оптимизации, то как бы точно не была построена математическая модель, какой бы эффективный алгоритм исследования или ЭВМ не использовался, решение может быть не оптимальным.

4. Оптимизация целевоой функции

4.1 Критерии принятия решенияи

Для выбора критерия полезности или качества функционирования системы используют теорию принятого решения, поэтому он называется критерием принятия решения. Вид критерия принятия решения, соответствующего рассматриваемой задачи, зависит от типа задач:

1) детермированные задачи – стратегия, выбираемая руководителем, приводит к единственному результату;

2) вероятностные задачи (задачи с риском) – возникают в ситуациях, когда руководитель полагает, что при выборе оптимальной стратегии могут быть получены различные результаты, вероятности достижения которых известны или могут быть оценены;

3)задачи в условиях неопределенности – возникают в ситуациях, когда руководитель не знает точно, какие результаты могут быть получены при выборе той или иной стратегии.

Пример. Простейшая задача представлена в виде матрицы, где каждый столбец определяет возможный результат, а каждая строка – возможную стратегию (табл.1.1).

Табл.1.1. Платежная матрица.

Стратегия	Результаты	
	1	2
С1	1	5
С2	2	3

Платежная матрица определяет полезность результатов с точки зрения руководителя. Если известна вероятность каждого результата по каждой стратегии P(Nj/Ci) или ее можно оценить, то значение критерия принятия решения можно рассчитать.

Предположем, вероятности равны:

P(N1/C1)=0.7; P(N1/C2)=0.4;

P(N2/C2)=0.3; P(N2/C2)=0.6;

Математическое ожидание полезности каждой стратегии:

$$Eu(C1)=0.7*1+0.3*5=2.2;$$

$$Eu(C2)=0.4*2+0.6*3=2.6.$$

Оптимальной является стратегия С2, так как в этом случае получаем максимальное значение функции полезности. Критерий принятия решения в этой вероятностной задаче с риском – максимум математического ожидания функции полезности:

$$\text{Max}[Eu(Ci) =\Sigma P(Nj/Ci)\ u\ (Nj/Ci)] \qquad (1.4.)$$

Пример. Лесничий должен выбрать способ лесовосстоновления в насаждении: 1) естественное возобновление; 2) искусственное (создание лесных культур) .Полезность оценивается прибылью от процесса лесовосстоновления.

Условия задачи:

1)принятая ожидаемая минимальная прибыль П=100 руб/га;

2)стоимость посадки лесных культур Сл=120 руб/га;

3)стоимость естественного возобновления Се=30 руб/га;

4)приживаемость лесных культур или вероятность успешного искусственного лесовосстоновления Рл=70%;

5)вероятность естественного возобновления Ре=20%.

Стоимость оплачивается в начале периода лесовосстановления. Если происходит отпад лесных культур, то они дополняются в следующем году с равной стоимостью. Период лесовосстоновления К=5 лет до смыкания крон деревьев.

Если более одного исхода события ассоциируются с принятием решения и известны вероятность (Pi) и полезность (ui) каждого исхода (i), то возможно вычислить ожидаемое значение функции полезности:

$E(u)=\Sigma Pi*ui$,

Где Е – число возможных исходов; $\Sigma Pi=1$.

Ожидаемое значение прибыли (Пк) с одного гектара при искусственном лесовосстановлении получаем по формуле (Louck D.):

$$E(Пк)=\Sigma(Рк*(1-Рк)^{К}\ П-(1-Рк)^{К}*Ск)/(1+i)^{К} \quad (1.5)$$

Ожидаемое значение прибыли ($П_E$) с одного гектара при естественном возобновлении получаем по формуле (Louck D.):

$$E(П_E)=\Sigma(P_E(1-P_E)^{К}*П)/(1+ i)^{К} -C \quad (1.6)$$

Число исходов событий I=1, …,к. Рассчеты по формулам (1.5) и (1.6) показали: Е(Пк)=420 руб/га и Е(Пе)=480 руб/га. Таким образом лесничий выбирает способ лесовосстановления – естественное возобновление, при котором достигается максимальная полезность или наибольшая прибыль.

Такой критерий принятия решения можно непосредственно использовать тогда, когда результаты задаются в виде полной группы попарно несовместимых событий. Это не всегда удается сделать.

Предположим, мы имеем две цели: 1)максимизировать размер лесопользования в лесхозе (М1) и 2)минимизировать себестоимость лесозаготовок древесины (С1). Если применить формулу (1.4) для оценки максимума математического ожидания полезности, то потребуется осуществлять большое число допустимых комбинаций значений

M1 и C1. Так, если имеется m допустимых значений, которые может принимать величина M1, и n допустимых значений величины C1, то существует m*n допустимых комбинаций в полной группе попарно несовместимых результатов. Размерность задачи (количество стратегий, число допустимых комбинаций) может быть слишком большой. Однако существует способ решения этой задачи с использованием ФУНКЦИИ СООТВЕТСТВИЯ.

При наличии двух целей, допустим, максимизации M и минимизации C, полное описание результата требует определения точки в пространстве M-C (точки mj,Cк). С помощью функции соответствия результат можно выразить в виде одного числа на шкале M, являющегося функцией mj, и преобразованного значения Cк. Если для любой стратегии можно найти функцию плотности вероятности этих объединенных результатов, выраженных через значение одной величины по единой шкале, то мы получим ФУНКЦИЮ ОБЩЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ. Стратегии сравниваются на основе функций общей эффективности, и оптимальной считается та стратегия, для которой эта функция является максимальной. Следует иметь в виду, что максимум функции общей эффективности не всегда эквивалентен максимуму ожидаемой полезности.

Если зафиксирован некоторый уровень значения критерия функционирования системы, который можно считать необходимым и достаточным, то говорят, что осуществляется «пороговая оптимизация». Так, если существует две и более целей, измеряемых по разным шкалам результатов, то необходимость преобразования этих результатов к одной шкале общей эффективности иногда отпадает благодаря строгой оптимизации по отношению к одной цели и «пороговой оптимизации» (достичь определенного значения) по отношению к другим.

При многоцелевой задаче ИСО производится максимизация эффективности по одной цели. Все значения полезности по шкалам неучитываемых целей принимаются равными нулю. Это эквивалентно допущению, что существует лишь единственная цель оптимизации.

Детерминированную задачу можно рассматривать как предельный случай вероятностной задачи с риском, когда вероятность одного исхода равна 1, другого 0. Поэтому критерий, применяемый при решении детерминированных задач, представляет собой предельный случай максимизации ожидаемой полезности. Подставляя значения 1 и 0 вместо P(Nj/Ci) в 1.4, получим:

$$\mathrm{Max}[u(Ci)=u(Nj/Ci)], \qquad (1.7)$$

Где P(Nj/Ci)=1.0.

При выборе оптимальной стратегии применяются различные критерии принятия решения.

Критерий Вальда, или максимин, применяется большинством консервативных предпринимателей. В соответствии с этим критерием выбирается та оптимальная стратегия, которая максимизирует минимальный выигрыш, т.е. где наблюдается максимум функции полезности в плохом будущем. В платежной матрице (табл.1.1) плохое будущее – результаты N1, хорошее будущее – N2. В плохом будущем максимум полезности наблюдается при стратегии C2 (2>1), т.е. целесообразно выбрать оптимальной стратегию C2. Критерий максимин определяется по формуле:

$$\text{Max min}[u(Nj/Ci)] \qquad (1.8)$$

Критерий Лапласа утверждает, что выбирается та стратегия, которая максимизирует среднее значение функции полезности. В платежной матрице (табл.1.1) стратегия C1 дает среднее значение полезности (1+5=6:2=3), стратегия C2 – (2+3=5:2=2.5). Оптимальная стратегия – C1, при которой наблюдается максимальная величина среднего значения функции полезности.

Критерий максимума является удобным для большинства решительных предпринимателей. Согласно этому критерию принятия решения, руководитель должен выбрать ту стратегию, которая дает максимальное значение полезности в хорошем будущем.

В платежной матрице (табл.1.1) наилучшая стратегия по критерию максимума – стратегия C1 (полезность равна 5) .

Пример. На лесосеке имеется возможность посадить сосну или березу. Лесничий знает два варианта повышения цен нп древесину в будущем:1) цены повысится на древесину сосны; 2)цены повысятся на древесину березы. Но он не знает вероятности этих двух альтернатив, однако мог бы оценить полезность для каждого варианта (табл.1.2).

Табл.1.2. Значение полезности для разных вариатнов культур.

Стратегия	Цены на древесину	
	Плохое будущее(1)	Хорошее будущее(2)
Сосновые культуры	4	5
Березовые культуры	2	9

Если лесничий применяет критерий Вальда, то он выбирает посадку сосны, так как эта стратегия гарантирует в плохом будущем (1) наивысшую полезность (4 против двух единиц для березы).

Если он применяет критерий Лапласа, то он выбирает посадку березы, так как средняя полезность ее (2+9=11:2=5,5) больше, чем сосны (4+5=9:2=4,5).

Примения критерий максимума, руководитель также выбирает березу, так как полезность 9 является максимальной при хорошем будущем (табл.1.2.).

Значения критериев принятия решения наглядно представлены на графике (рис.1.2). Для приведенного примера ось X – полезность при развитии цен в хорошем будущем (2), а ось Y – в плохом будущем(1). Любая точка на графике представляет полезность будущей стратегии лесовосстоновления. Если эта точка находится на линии, проходящей через начало координат под углом 45°, то отсутсвует неопределенность.

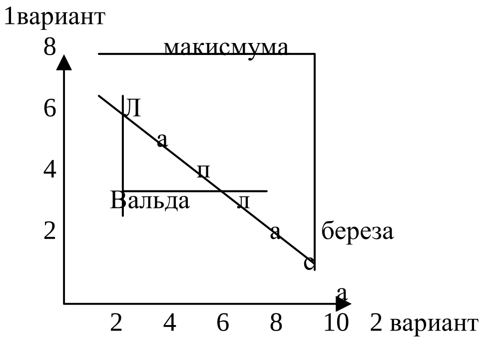


Рис. 1.2. Выбор древесной породы по критериям принятия решения

4.2 Оптимизация целевой функции.

Модель является представлением действительности. Сложность моделирования состоит в том, чтобы выбрать переменные, описывающие процессы, и правильно определить соотношение между ними, т.е. форму модели.

Различают математические модели двух типов:1) конструктивные модели, содержащие управляемые переменные;2) описательные – модели, не содержащие управляемых (контролируемых) переменных. Модели принятия решения рассмотренного ранее вида для функции полезности u=f(x,y) относятся к категории конструктивных.

Решение такой модели получают путем определения значения X (как функции Y), максимизирующего u. Для отыскания решения можно использовать классические методы математики, например дифференциальное исчисление или уравнения в конечных разностях. Такие методы, непосредственно определяющие решения, выражаемые через Y, называют дедуктивными.

Однако в ситуациях, когда существенную роль играют случайные факторы, выразить u в виде явной функции от X и Y часто бывает просто невозможно. В таких случаях можно воспользоваться набором правил (алгоритмом), позволяющим вычислять значение полезности при любом фиксированном значении X и Y. Исследуя некоторую выборку значений Y, можно вычислить ожидаемую полезность u с помощью индуктивных методов. В таких ситуациях классические методы отыскания оптимальных решений малоэффективны из-за наличия случайных факторов, сложности ограничений и большого числа переменных. Такие задачи решаются с помощью итеративного метода. Сущность этого метода заключается в том, что вычислительный процесс начинается с некоторого пробного (произвольно допустимого) решения, а затем применяют алгоритм, обеспечивающий улучшения этого решения. Итеративный процесс продолжается до тех пор, пока не станет ясно, что либо дальнейшее улучшение решения невозможно, либо стоимость дальнейших вычислений слишком высока. Большинство хорошо известных теперь алгоритмов линейного, нелинейного и динамического программирования принадлежит к итеративным методам.

В практике ИСО используют различные методы решения или исследования математической модели. При этом ни один из них не является универсальным с точки зрения безусловной применимости к решению той или иной задачи ИСО. Различают следующие основные методы исследования математической модели: 1)аналитический ; 2) исследование модели системы (процесса) с помощью численных методов и ЭВМ; 3) исследование модели системы (процесса) методами случайного поиска.

Аналитический метод, как правило, дает наглядную картину исследуемой модели (процесса) и характеризующих ее параметров. Построение математической модели системы, подходящей для аналитического решения, - трудная задача, но несмотря на это, аналитический метод широко используется при решении многих задач ИСО.

Исследование с помощью численных методов математики и ЭВМ менее наглядно по сравнению с аналитическим методом, но класс моделей, пригодных для исследования численными методами, значительно шире. Результаты исследования (таблицы, графики и т.д.) менее компактны по сравнению с аналитическим решением и требуют большой вычислительной работы при наличии многих переменных и изменяемых условий функционирования исследуемой системы (процесса). В настоящее время этот метод находит все более широкое применение в практике в связи с интенсивным внедрением современных ЭВМ и соответствующего программного обеспечения. Среди численных методов наибольшее распространение получили: для унимодальных функций одной переменной – методы дихотомии, Фибонначи и золотого сечения, для функций нескольких переменных – методы поочередного изменения параметров, наискоерйшего спуска и др.

Исследование системы методами случайного поиска предполагает воспроизведение (имитацию) происходящих явлений с сохранением их логической структуры и расположения во времени с намеренным использованием случайных величин и процессов. Моделирование процесса функционирования системы производится на быстродействующих ЭВМ по специально разработанным программам. К методам случайного поиска (статистическим методам) относится ненаправленый случайный поиск (метод Монте-Карло), направленный случайный поиск без самообучения (поиск с парными пробами, линейный поиск, нелинейный поиск и т.д.), направленный поиск с самообучением.

Классические методы оптимизации включают метод сплошного перебора, метод множителей Лагранжа и др.

Метод прямого перебора применяется для решения задач ИСО, если имеется одна или несколько искомых переменных с небольшим интервалом их изменения.

С помощью метода множителей Лагранжа можно определить экстремальные точки функции многих переменных при наличии дополнительных связей между оптимизируемыми параметрами.

Недостатком метода множителей Лагранжа является введение Р дополнительных переменных, которые должны быть исключены с помощью Р дополнительных уравнений. Принципиальным недостатком метода множителей Лагранжа является невозможность решения с его помощью задач, имеющих ограничения в форме неравенства.

Программа оптимизации на ЭВМ методом градиента определяет оптимальное значение целевой функции, вычисляя текущие значения исходных параметров, градиент и величину целевой функции на каждом итерационном цикле. Входные параметры: число неизвестных в целевой функции, максимально допустимое число итерации, величина рабочего шага, начальные значения оптимизируемых параметров, относительная погрешность исходных параметров, аналитическое выражение исходной функции оптимизации, аналитическое выражение первых производных целевой функции. Выходные параметры: текущие значения оптимизируемых параметров, градиента и целевой функции. Методы случайного поиска отличаются от детерминированных методов оптимизации намеренным введением элемента случайности. Под поиском понимается процесс отыскания такого значения критерия оптимизации (целевой функции), которое близко к оптимальному и в то же время удовлетворяет всем ограничениям. Методы случайного поиска эффективны при решении сложных задач больших размерностей с произвольно заданными целевыми функциями, ограничениями, тогда как детерминированные методы, как правило, неприемлимы. Различают ненаправленный случайный поиск, направленный случайный поиск без самообучения, направленный случайный поиск с самообучением.

Ненаправленный случайный поиск (метод статистических испытаний, или метод Монте-Карло) заключается в многократном моделировании независимых случайных процессов (вариантов решений из области допустимых) и вычислений в каждом из них критерия оптимизации, наиближайшего к экстремуму.

Методы математического программирования применяются при решении класса экстремальных задач с ограничением типа равенств или неравенств, при этом среди ограничений есть и «неклассические», т.е. область допустимых решений имеет и крайние точкам (краевой максимум). С формальной точки зрения, многие задачи составления планов, программ, предусматривающих рациональное использование ресурсов, относятся к классу задач математического программирования. Термин «программирование» (от английского programming – составление плана или программы действий) следует понимать здесь именно в смысле «поиск наилучших планов» или вариантов действий, в отличии от «программирования» - составления программы на ЭВМ.

4.3 Линейные, нелинейные и стохастические задачи математического программирования

Задачи математического программирования в зависимости от целевой функции и вида ограничений подразделяются на задачи линейного, нелинейного и стохастического программирования.

Задача линейного программирования в общей постановке состоит в отыскании неотрицательных значений n переменных xi(I=1,2,…,n), доставляющих экстремум функции Z=Σcjxj при условиях или ограничениях gi(x1,…,xn)<>=bi(I=1,m).

Для решения задач линейного программирования разработано много методов, которые можно разделить на две группы: конечные и приближенные. Конечные – методы, гарантирующие нахождения точного решения за конечное число итераций. Конечные методы различают трех типов: 1)последовательного улучшения плана (симплекс-метод);2) последовательного уточнения оценок; 3) последовательного сокращения невязок. Приближенные методы дают лишь приближенное решение задачи. Это – индексной метод, метод аппроксимации Фогеля и т.д.

По виду решаемых задач методы линейного программирования делятся на две группы: а) универсальные, с помощью которых могут решаться любые задачи линейного программирования (симплекс-метод Данцига, метод разрешающих множителей Л.В. Канторовича); б) специальные, применяемые для решения отдельных типов задач линейного программирования; они, как правило, проще универсальных (распределительный метод, метод дифференциальных рент, венгерский метод и т.д.).

Если целевая функция (Z) или хотя бы одно из ограничений нелинейны по своим параметрам, то такие задачи относятся к неленейному программированию. Эти задачи почти всегда решаются значительно труднее, чем задачи линейного программирования. Вычислительные методы разработаны лишь для решения немногих типов задач.

К классу задач нелинейного программирования, изученному наиболее основательно, относятся задачи с линейными ограничениями и с нелинейной целевой функцией. При этом вычмслительные методы разработаны лишь в тех случаях, когда целевая функция имеет определенные свойства.

Целевая функция может быть записана и как сумма линейной и квадратичной форм:

$$Z=\Sigma c_i x_i+\Sigma\Sigma d_{ij} x_i x_j \qquad (1.13)$$

Такие задачи называются задачами квадратического программирования.

Другой класс задач нелинейного программирования (когда целевая функция недифференцируемая) состовляют задачи с дополнительными требованиями, чтобы переменные принимали только целочисленные значения. Это – задачи целочисленного программирования.

Полезным вычислительным методом для решения некоторых типов задач нелинейного

Программирования является метод динамического программирования, при котором многомерные задачи оптимизации сводятся к последовательному решению ряда одномерных задач оптимизации.

В задачах нелинейного программирования широко используется метод градиентов.

В настоящее время возникло новое направление – дискретное программирование. Задачи дискретного программирования отличаются от задач целочисленного программирования тем, что областью допостимого изменения каждой переменной является не равенство их целым неотрицательным числам, а некоторое заданное конечное множество.

Задачи стохастического программирования – задачи, в которых необходимо учитывать воздействие тех или иных случайных факторов. В данном случае уже не имеет смысла поиск экстремума целевой функции, так как это теперь случайная величина. Обычно на практике в качестве целевой функции выбирают математическое ожидание целевой функции.

5. Линейное программирование

5.1 Задача линейного программирования и ее графическое решение

Задачи линейного программирования (ЛП) широко применяются в ИСО. Методы ЛП хорошо изучены и послужили основой для разработки целочисленного, стохастического и нелинейного программирования.

Задача линейного программирования в общей постановке состоит в отыскании значений n переменых x_1, x_n, достовляющих экстремум функции Z=ΣCjXj при условиях

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_{1i}$ (2.1)

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \ a_{mn}x_n \leq b_m$ (2.1)

Условия (2.1) представляют собой систему линейных строгих неравенств, от которых можно перейти к равенствам путем присоединения искусственных переменных x_{n+I}, так что каждая строка $a_{i1}x_1 + \ \ +a_{in}x_n \leq b_i$ превращается в $a_{i1}x_1 + \ \ +a_{in}x_n + x_{n+I} = b_i$; $x_{n+i} \geq 0$. это приводит к увеличению размерности задачи и появлению дополнительных требований неотрицательности x_n+I, однако от такого перехода к канонической форме задачи ЛП часто зависит успех решения.

Основная задача ЛП в канонической форме формулируется так: найти неотрицательные значения переменных $x_1, x_2, \ldots x_n$, которые удовлетворяли бы условиям равенства:

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ +a_{1n}x_n = b1;$ (2.2)

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ \ +a_{mn}x_n = b_m$ (2.2)

и обращали бы в максимум линейную функцию этих переменных:

$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ \ +c_nx_n \rightarrow max.$ (2.3)

В канонической форме ЛП все ограничения записываются в виде равенств с неотрицательной правой частью (2.2), значения всех переменных модели неотрицательны, целевая функция подлежит максимизации или минимизации.

Исходное ограничение, записанное в виде неравенств (2.1), можно представить в виде равенства (2.2), прибавляя остаточную переменную к левой части ограничения или вычитая избыточную переменную из левой части. Любую переменную x_i, не имеющую ограничения в знаке, можно представить как разность двух неотрицательных переменных:

$x_i = x_i' - x_i''$, где $x_i', x_i'' \geq 0$.

Важная особенность переменных x_i' и x_i'' состоит в том, что при любом допустимом решении только одна из этих переменных может принимать положительное значение, т.е., если $x_i'>0$,то $x_i''=0$, и наоборот. Это позволяет рассматривать x_i' как остаточную переменную, а x_i'' – как избыточную переменную, причем лишь одна из этих переменных может принимать положительное значение. Эта закономерность широко используется в целевом программировании, в преобразовании ограничений и целевой функции.

Особенностями модели ЛП являются:

1) условие неотрицательных переменных, т.е. значения переменных в модели должно быть больше нуля;

2)пропорциональность – отношение вход/выход не зависит от уровня действия, т.е. вход и выход процесса пропорциональны уровню действия. Это означает, что вклад каждой переменной (x) в целевую функцию прямо пропорционален уровню (величине) этой переменной. Например, на выращивание сеянцев в питомнике на площади 1 га требуется трудозатрат 1 чел./год, на 10 га – 10чел./год.;

3) аддитивность – уровень одного действия в оптимальном решении не влияет на уровень другого действия, т.е. целевая функция представляет собой сумму вкладов от различных переменных. Аналогично левая часть каждого ограничения должна представлять собой сумму расходов, каждое слагаемое которой пропорционально величине соответствующей переменой;

4) делимость – каждое действие может дать оптимальное решение в виде любого неотрицательного числа, допустимого ограничениями задачи.

Свойства пропорциональности и аддитивности модели ЛП предполагает линейность модели: а) целевая функция (Z) линейно зависит от элементов решения $x_1,x_2,\ldots,x_n$; б)ограничения, налагаемые на элементы решения, имеют вид линейных равенств или неравенств.

В задаче ЛП возможен обратный переход от основной задачи ЛП (модели 2.2 и 2.3) к задаче с ограничениями неравенствами (2.1). Стандартная форма основной задачи ЛП позволяет применить общие методические подходы к решению задач ЛП.

Допустимым решением задачи ЛП назовем всякую совокупность неотрицательных значений $x_1,x_2\ldots,x_n$, удовлетворяющую условиям (2.2). Оптимальным является то из допустимых решений, которое обращает в максимум целевую функцию (2.3). Требуется найти оптимальное решение. Всегда ли эта задача имеет решение? Нет, не всегда. Во-первых, может оказаться, что уравнения (2.2) вообще несовместимы (противоречат друг другу). Наконец, они могут быть совместимы, но не в области неотрицательных решений, т.е. не существует ни одной совокупности чисел x_1, x_2, …, x_n, удовлетворяющих условиям (2.2).

Может быть и так, что допустимые решения задачи ЛП существуют, но среди их нет оптимального: функция Z в области допустимых решений не ограничена сверху.

Чтобы представить себе принципиальную сторону задачи ЛП, обратимся к геометрической интерпретации. Пусть число уравнений m на два меньше числа переменных n (n-m=K=2). Такой случай дает возможность геометрического представления основной задачи ЛП на плоскости.

Мы знаем, что m линейно независимых уравнений (2.2) всегда можно разрешить относительно каких-то n базисных переменных, выразив их через остальные, свободные, число которых равно n-m=K. Предположим, что свободные переменные – это x_1 и x_2, а остальные: $x_3,x_4,\ldots,x_n$ – базисные. Тогда вместо m уравнений (2.2) мы получим тоже m уравнений, но записанных в другой форме, разрешенных относительно $x_3,x_4,\ldots x_n$:

$$x_3=a_{31}x_1+a_{32}x_2+b_3;$$
$$x_n=a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+b_n. \qquad (2.4)$$

Построим на плоскости X_1OX_2 область допустимых решений или убедимся , что ее не существует. Базисные переменные $x_3,x_4,\ldots,x_n$ должны быть неотрицательными и удовлетворять уравнениям (2.4). Каждое такое уравнение ограничивает область допустимых решений. Действительно, если положим в первом уравнении (2.4) x_3=0, то получим уравнение прямой линии: $a_{31}x_1+a_{32}x_2+b_3=0$. Построим график уравнения прямой (рис.2.1

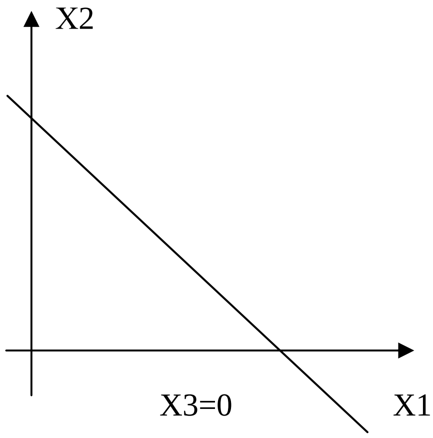


Рис. 2.1. Допустимые решения

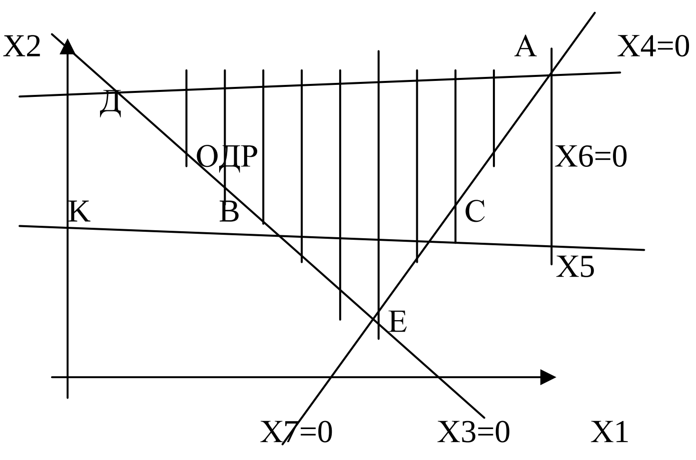


Рис.2.2. Область допустимых решений.

По одну сторону прямой X3=0 значения X3>0, по другую X3<0. Отметим штриховкой ту полуплоскость, где X3>0 (рис 2.1). Значит, для всех неотрицательных значений переменной (X3>=0) область допустимых решений (ОДР) лежит в первом в первом координатном угле, правее и выше прямой.

Аналогично поступим со всеми остальными условиями (2.4) и построим n прямых: две оси координат (OX1 и OX2) и n-2 прямых X3=0,X4=0,…,Xn=0. Каждая из этих прямых определяет полуплоскость, где может находиться допустимое решение. Часть первого координатного угла, принадлежащего одновременно всем этим плоскостям, и есть область допустимых решений (ОДР). На рис 2.2 показан случай, когда ОДР существует (многоугольник ABC), т.е. система уравнений (2.4) имеет неотрицательные значения. Отметим, что этих решений множество, так как любая пара значений свободных переменных, взятая из ОДР, подходит, а из x1 и x2 могут быть определены и базисные переменные.

Предположим, ОДР и мы ее построили. Как же теперь найти среди них оптимальное? Для этого дадим геометрическую интерпретацию модели (2.3) $Z \rightarrow max$. Подставив выражения (2.4) в формулу (2.3), выразим Z через свободные переменные x1 и x2. После проведения подобных членов получим:

$$Z=b0+b1x1+b2x2, \qquad (2.5)$$

Где b1,b2 – коэффициенты; b0 – свободный член. Свободный член может быть опущен, т.е. найдем максимум линейной функции:

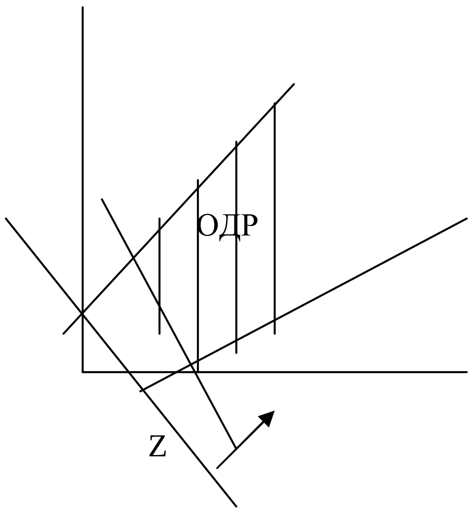
$$Z'=b1x1+b2x2 \rightarrow max \qquad (2.6)$$

Рассмотрим геометрическое представления условия $Z' \rightarrow max$. Положим, сначала Z'=0, т.е. b1x1+b2x2=0, и построим на плоскости X1OX2 прямую по такому уравнению (рис.2.4). Назовем ее “опорной прямой”. Если мы будем придавать Z' какие-то значения C1,C2,C3, то прямая будет перемещаться паралельно (возрастать или убывать). На рис.2.4. стрелками указано направление “направо-вверх”, т.е. прямая возрастает. Эта прямая достигнет максимума в точке A – крайней верхней точки ОДР в направлении стрелок. В этой точке свободные переменные (X1,X2) принимают оптимальные значения (X1*,X2*), а из них можно по формулам (2.4) найти оптимальное значение всех остальных (базисных) переменных X3*,X4*,…,Xn*. Если рассматривается задачана минимум Z', то оптимальным решением в ОДР будет точка B (рис.2.4.).

Оптимального решения может не существовать. Если в ОДР функция Z' (значит и Z) не ограничена сверху, то оптимального решения не существует (рис.2.5).

На рис.2.4. оптимальное решение существует и является единственным (точка A). На практике встречаются случаи, когда оптимальное решение существует, но оно не единственное (их бесконечное множество). На рис.2.6. представлен случай, когда максимум функции Z' достигается не в одной точке A, а на целом отрезке AB, параллельном опорной прямой Z'=0. Но и в этом случае максимум Z' достигается в какой-то из вершин ОДР (A или B).

Мы рассмотрели геометрическую интерпретацию задачи ЛП и можем сделать вывод: оптимальное решение (если оно существует) всегда достигается в одной из вершин ОДР, в точке, где по крайней мере две из переменных X1,…,Xn равны нулю. Аналогичный вывод справедлив и в случае n-m=k>2, только геометрическая интерпретация теряет в этом случае свою наглядность.



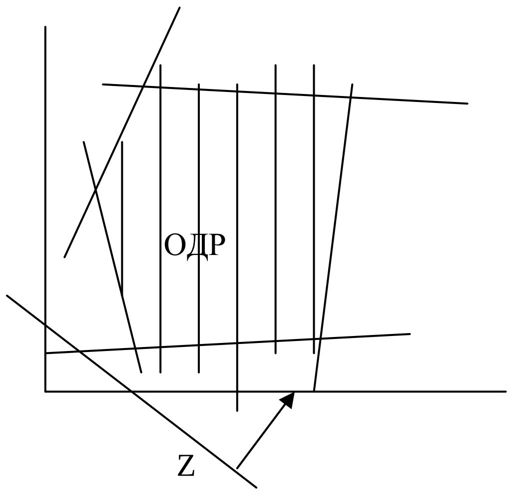


Рис.2.5. Отсутствие оптимального решения.

Рис.2.6. Множество оптимальных решений.

Общее правило: ОПТИМАЛЬНОЕ решение основной задачи линейного программирования (если оно существует) достигается при такой совокупности значений переменных X1,X2,…,Xn, где по крайней мере К из них обращается в нуль, а остальные неотрицательны.

При К=2 оптимальное решение изображается точкой на плоскости, лежащей в одной из вершин многоугольника допустимых решений (ОДР). При К=3 ОДР представляет собой уже не многоугольник, а многогранник, и оптимальное решение в одной из его вершин. При К=3 геометрическая интерпретация теряет наглядность, но все же геометрическая терминология остается удобной. В дальнейшем мы будем говорить о “многограннике допустимых решений в К-мерном пространстве, а оптимальное решение (если оно существует) будет достигаться в одной из вершин этого многогранника, где по крайней мере К переменных равны нулю, а остальные неотрицательны. Такую вершину назовем “опорной точкой”, а вытекающее из нее решение – “опорным решением”.

Графическое решение возможно только для весьма простой модели ЛП. Для аналитического решения можно использовать множители Лагранжа. При большом числе переменных задача ЛП решается симплекс-методом.

5.2 Симплекс-метод линейного программирования

Общим методом решения задач ЛП является **симплекс-метод,** основанный на применении алгебраических решений. Информация, которую можно, получить с помощью симплекс-метода, не ограничивается лишь оптимальными значениями переменных. Симплекс-метод фактически позволяет дать экономическую интерпретацию полученного решения и провести анализ модели на чувствительность. Процесс решения задачи ЛП симплекс-методом носит итерационный характер: однотипные вычислительные процедуры в определенной последовательности повторяются до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение. Решение задачи ЛП требует применения вычислительной техники.

Исследование математической модели распределительной задачи ЛП, как правило состоит из двух частей: сначала находят начально допустимое базисное решение (опорный план), удовлетворяющее системе равенств и ограничениям, или убеждаются в том, что такого решения не существует. Далее производится последовательное улучшение плана (базиса).

Следующим этапом алгоритма симплекс-метода решения распределительной задачи ЛП является проверка базисного решения на оптимальность. Если в полученном выражении целевой функции все коэффициенты при небазисных переменных положительны, то начальный базис является оптимальным и находится соответствующее оптимальное базисное решение, максимизирующее целевую функцию. Для этого всем небазисным переменным дается значение 0, а значение базисных переменных находят из системы ограничений. Одновременно определяется целевая функция. Задача решена.

Если в полученном выражении целевой функции хотя бы один коэффициент при переменных положительный, то переходят к следующему этапу алгоритма. Наличие положительных коэффициентов целевой функции говорит о том, что начальное базисное решение не является оптимальным. Переходим к следующему этапу проверки задачи на наличие решения. Если при какой-либо небазисной переменной, имеющей положительный коэффициент в целевой функции, окажется, что столбец коэффициентов при этой же переменной в системе ограничений состоит из одних неположительных чисел, то max целевой функции равен +∞, т.е. задача решений не имеет. Так как над всеми положительными коэффициентами целевой функции нет ни одного столбца (aij) с неположительным числами (табл.2.1), значит задача имеет решение.

Решение задачи ЛП симплекс-методом сводится к составлению последовательных симплекс-таблиц.

Программа решения на ЭВМ общей задачи распределения ресурсов симплекс методом определяет базисные решения, включая оптимальные, а также текущие значения целевой функции. Входные параметры: число уравнений в системе ограничений, число неизвестных включая дополнительные; признак максимизации(1) или минимизации(0) функции, коэффициент при j-м неизвестном в i-м уравнении, свободный член i-го уравнения, коэффициенты целевой функции. Выходные параметры: базисное решение, текущее значение целевой функции и оптимальное решение.

Вычислительная техника полностью освобождает от необходимости осуществлять трудоемкий процесс решения задач ЛП вручную. Поэтому основное внимание следует уделять формулированию задачи, построению и исследованию модели процесса, интерпретации и анализу результатов. Однако было бы ошибочным считать, что интерпретация информации, полученной на ЭВМ, возможна без явного представления особенностей применения симплекс-метода. В противном случае всегда есть опасность получения ошибочных решений задачи и как следствие – недоверие методам ИСО.

Симплекс-метод позволяет дать экономическую интерпретацию полученного решения и провести анализ модели на чувствительность. Из симплекс-таблицы непосредственно либо при помощи простых дополнительных вычислений можно получить информацию относительно:1)оптимального решения, 2) статуса ресурсов, 3) ценности ресурса, 3)чувствительности оптимального решения к изменению запасов ресурсов, вариациям коэффициентов целевой функции и интенсивности потребления ресурсов.

Из теоретических положений, лежащих в основе симплекс-метода, следует, что угловая точка полностью определяется базисным решением основной задачи ЛП. Условия оптимальности и допустимости алгоритма симплекс-метода обеспечивает переход от начальной допустимой угловой точки (начального базисного решения) к смежной угловой точке, соответствующей улучшенному значению целевой функции. Максимальное количество итераций, необходимых для получения оптимума (т.е. количество базисных решений), не превосходит $n!/((n-m)!m!)$, где n – число переменных, а m – число уравнений модели ЛП.

При использовании симплекс-метода встречаются особые случаи: вырожденность, альтернативные оптимальные решения, неограниченные решения, отсутствие допустимых решений.

Наличие альтернативных оптимумов указывает на целесообразность сравнительного анализа оптимальных решений, несмотря на одинаковые значения целевой функции. При этом выбор конкретной оптимальной точки может быть сделан, например, с учетом видов производственной деятельности, представленных в различных оптимальных решениях.

Неограниченность целевой функции или области допустимых решений, а также отсутствие допустимых решений свидетельствуют о неточностях, допущенных при построении исходной модели и, следовательно, о необходимости ее проверки.

5.3 **Двойственная задача линейного программирования**

ЛП имеют исключительно важное теоретическое значение и практический интерес, поскольку используются при разработке эффективных методов анализа моделей на чувствительность.

Двойственная задача – это вспомогательная задача ЛП, формулируемая с помощью определенных правил непосредственно из условий исходной или прямой задачи.

Прямая задача ЛП в основной (канонической) форме записывается в виде

$$Z=\Sigma cixi \rightarrow max(min) \qquad (2.13)$$

При ограничениях

$\Sigma aij=bi$, $i=1,2,\ldots,m$;

$xj>=0$, $j=1,2,\ldots,n$;

Заметим, что в состав n переменных xj включаются также избыточные переменные.

Двойственная задача ЛП получается путем симметрического структурного преобразования условий прямой задачи в соответствии со следующими правилами: 1) каждому ограничению прямой задачи соответствует переменная двойственной задачи; 2) каждой переменной прямой задачи соответствует ограничение двойственной задачи; 3) коэффициенты при некоторой переменной, фигурирующие в ограничениях прямой задачи, становятся коэффициентами левой части соответствующего ограничения двойственной задачи, а коэффициент при той же переменной в целевой функции прямой задачи становится постоянной правой части этого же ограничения двойственной задачи.

Из указанных правил построения двойственной задачи следует, что она имеет m переменных (y1,y2,…,ym) и n ограничений (соответствующих n переменным прямой задачи x1,x2,…,xn).

Расммотрим, как формируется услвоия двойственной задачи : направление оптимизации, ограничения и знаки двойственных переменных (табл.2.5).

Табл.2.5. Представление двойственной задачи.

Целевая функция прямой задачи	Двойственная задача	
	Целевая функция	Ограничения
Максимизация	Минимизация	
Минимизация	Максимизация	

Используя прямую задачу (2.13), можем записать двойственную задачу ЛП: минимизировать $W=\Sigma biyi \rightarrow min$

При ограничениях $\Sigma aijyi>=cj, j=1,2,\ldots,m$. (2.14)

Между прямой и двойственной задачами существует тесная взаимосвязь. Фактически оптимальное решение двойственной задачи можно получить непосредственно из симплекс-таблиц для оптимального решения прямой задачи.

Если решение прямой задачи неоптимальное, то решение двойственной задачи недопустимое. С другой стороны, оптимальному решению прямой задачи соответствует допустимое решение двойственной задачи. Эти положения позволяют разработать двойственный симплекс-метод, который обеспечивает выполнение условия оптимальности решения и систематическое приближение его к области допустимых решений. Когда полученное решение оказывается допустимым, итерационный процесс вычислений заканчивается, так как это решение является оптимальным.

Двойственные задачи ЛП имеют практическое значение:

1)так как оптимальное решение прямой задачи можно получить непосредственно из симплекс-таблицы для оптимального решения двойственной задачи, то в тех случаях, когда число ограничений двойственной задачи меньше, чем прямой, предпочтительнее решать двойственную задачу, поскольку при этом требуется меньший объем вычислений;

2)понятие двойственности позволяет дать экономическую интерпретацию задачам ЛП, а также раскрыть смысл понятия удельной ценности (минимальной цены) различных ресурсов и условий оптимальности с использованием такой экономической категории, как скрытые издержки производственной деятельности;

3)двойственность играет важную роль при разработке методов анализа моделей на чувствительность;

4)на основе понятия двойственности построен алгоритм решения задач ЛП с использованием двойственного симплекс-метода.

6. Решение лесохозяйственных задач методами линейного программирования

6.1 Транспортная задача линейного программирования

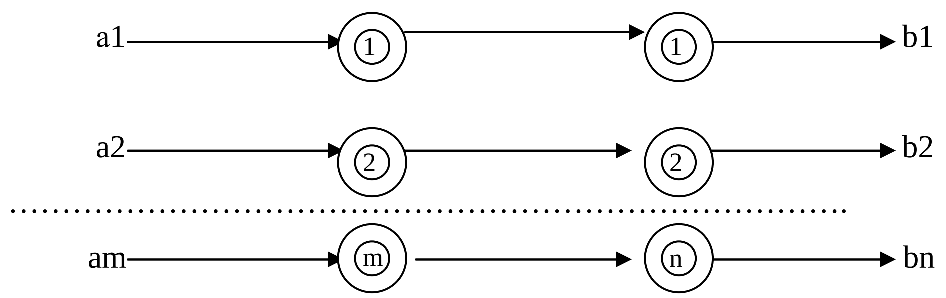
Ранее мы говорили об общих методах решения задач ЛП. Однако существуют классы задач ЛП, которые допускают решение более простыми методами. Из них мы рассмотрим так называемую транспортную задачу, которая используется для составления экономически более выгодного плана перевозок одного вида продукции из пунктов отправления в пункты назначения. Транспортную модель можно применять при рассмотрении ряда практических ситуации, связанных с управлением запасами составлением сменных графиков, назначением служащих на рабочие места, оборотом наличного капитала, транспортом леса и многими другими.

При построении транспортной модели используются: 1) величины, характеризующие объем производства в каждом пункте отправления и спрос в каждом пункте назначения; 2) стоимость перевозки единицы продукции из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения.

Поскольку рассматривается только один вид продукции, потребности пункта назначения могут удовлетворяться за счет нескольких пунктов отправления. Цель построения модели состоит в определении количества продукции, которую следует перевезти из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения, с тем чтобы общие транспортные расходы были минимальными.

Основное предложение, используемое при построении модели, состоит в том, что величина транспортных расходов на каждом маршруте прямо пропорциональна объему перевозимой продукции. Пунктом отправления и назначения соответствуют вершины (рис 2.9).Дуга, соединяющая пункты отправления и назначения, представляет маршрут перевозки продукции.

Рис.2.9.Представление транспортной моделив виде сети пунктов отправления (m) и назначения (n).



Транспортная задача формулируется следующим образом: имеется m пунктов отправления (ПО) A1,A2,…,Am, в которых сосредоточены запасы каких-то однородных грузов (один вид продукции) в количестве a1,a2,…,am единиц. Имеется n пунктов назначения (ПН) В1,В2,…,Вn, подавших заявки соответственно на в1,в2,…,вn единиц груза. Сумма всех заявок равна сумме всех запасов: Σai=Σвj (2.16)

Если суммарный объем производства Σai в пунктах отправления равен суммарному спросу Σвj в пнуктах назначения , то модель называется сбалансированной транспортной моделью. В реальных условиях не всегда объем производства равен спросу, однако транспортную модель всегда можно сбалансировать.

Стоимость перевозки cij единицы груза от каждого пункта отправления Ai до каждого пункта назначения Bj задана в виде прямоугольной матрицы:

$$\left\{\begin{array}{ll} c11 & c12\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots c1n \\ c21 & c22\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots c2n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ cm1 & cm2\ldots\ldots\ldots\ldots cmn \end{array}\right| \qquad (2.17)$$

Считается, что стоимость перевозки нескольких единиц груза пропорциональна их числу. Требуется составить такой план перевозок (откуда, куда и сколько единиц груза везти), чтобы все заявки были выполнены, а общая стоимость всех перевозок была минимальной:

Z=ΣΣcijxij→min. (2.18) При ограничениях: Σxij=ai, i=1,2,…,m; и Σxij=bi, j=1,2,…,n.

Количество единиц груза xij (продукции), отправленного из i-го ПО(Ai) в j-й (Bi), записывается в виде матрицы неотрицательных переменных:

$$\left\{\begin{array}{ll} x11 & x12\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x1n \\ x21 & x22\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x2n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. & \\ xm1 & xm2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots xmn \end{array}\right| \qquad (2.19)$$

Совокупность чисел (2.19) называется планом перевозок,а сами величины xij – перевозками. Это неотрицательные переменные должны удовлетворять следующим условиям: 1) суммарное количество груза, отправляймого из каждого ПО во все ПН, должно быть равно запасу груза в данном пункте; это дает m условий равенств:

$$\left\{\begin{array}{l} x11+x12+\ldots\ldots x1n=a1 \\ x21+x22+\ldots\ldots x21=a2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ xm1+xm2+\ldots xmn=am \end{array}\right| \qquad (2.20)$$

2) суммарное количество груза, достовляймого в каждый ПН из всех ПО, должно быть равно заявке, поданной данным пунктом, это дает n условий-равенств:

$$\left\{\begin{array}{l} x11+x21+\ldots+xm1=в1 \\ x12+x22+\ldots+xm2=в2 \\ \\ \\ \end{array}\right| \qquad (2.21)$$

…………………

x1n+x2n+…+xmn=вn

Суммарная стоимость всех перевозок, т.е. сумма всех величин xij,умноженных на соответсвующие стоимости cij, должна быть минимальной (2.18), где знак двойной суммы означает, что суммирование производится по всем парам ПО-ПН.

Таким образом, транспортная задача представлена в виде задачи линейного программирования с минимизируемой линейной функцией и условиями-равенствами (2.18). Особенностью этой задачи является то, что все коэффициенты в условиях-равенствах (2.19), (2.20) равны единице. Это позволяет решать задачу очень простыми способами.

Алгоритм решения транспортной задачи включает следующие этапы: 1) найти начальное допустимое решение или опорный план; 2) выделить из числа небазисных переменных вводимую в базис; если все небазисные переменные удовлетворяют условию оптимальности (симплекс-метода), закончить вычисления, в противном случае перейти к этапу 3; 3) выбрать выводимую из базиса переменную (используя условия допустимости) из числа переменных текущего базиса, а затем найти новое базисное решение; возвратиться к этапу 2.

Исследование и решение транспортной задачи, как правило, проводят в два этапа. На первом этапе находят опорный план, или начальное допустимое решение. На втором этапе производится последовательное улучшение опорного плана. От того, каким будет опорный план, зависит время решения транспортной задачи.

Одним из наиболее эффективных методов построения опорного плана является способ аппроксимации Фогеля. Этот метод является эвристическим и в большинстве случаев дает опорный план, близкий к оптимальному, поэтому его рекомендуют использовать при расчетах вручную по матрицам большого размера.

В основе способа аппроксимации Фогеля лежит концепция штрафов, взимаемых за выбор не самого оптимального, с точки зрения транспортных издержек, маршрута. Первой заполняется клетка матрицы (таблицы), в которой фиксируется самый крупный штраф. После заполнения клетки штрафы пересчитываются, и так до тех пор, пока все ресурсы не будут распределены

Опорный план, или начальное допустимое решение задачи, определяется на первом этапе. При переходе ко второму этапу последовательного улучшения опорного плана могут использоваться и другие методы решения транспортной задач: распределительный метод, метод потенциалов, метод stepping-stone. Основой алгоритма этих методов является определение критерия оптимальности:

$\Delta ij = cij - yij$,

где cij – затраты, связанные с доставкой одной единицы ресурса (один лесовоз с древесиной, обычно в хлыстах) из i-го пункта отправления (i-той лесосеки) в j-й пункт назначения (j-й нижний склад),

yij – расчетные затраты, связанные с доставкой одной единицы ресурса из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения, определяемые для клеток опорного плана, ресурсы в которых не распределены.

Если все $\Delta ij >= 0$, то данный опорный план оптимальный, если нет, то с помощью критерия оптимальности можно указать способ улучшения этого плана.

Рассмотрим метод потенциалов, применяемый для последовательного улучшения опорного плана. Алгоритм метода включает следующие основные этапы.

6.2 Сетевые задачи линейного программирования

Транспортная задача и ее варианты составляют единый класс обобщенных **сетевых задач**. Около 70% встречающихся задач ЛП можно рассматривать как сетевые задачи или задачи, связанные с сетевыми моделями.

Оптимизационные сетевые задачи можно описать четырьмя типами моделей: 1) минимизация сети; 2) нахождение кратчайшего маршрута; 3) определение максимального потока; 4) минимизация стоимости потокав сети с ограниченными пропускными способностями. Перечисленные выше задачи можно сформулировать и в принципе решать как задачи ЛП. Однако из-за огромного числа переменных и ограничений сетевых задач непосредственное применение симплекс-метода нецелесообразно. Специальная структура этих задач позволяет разработать более эффективные алгоритмы, которые в большинстве случаев основываются на теории ЛП.

Задача минимизации сети состоит в нахождении суммарной минимальной длины, соединяющей все узлы. Очевидно, что решение задачи не должно содержать циклов. Отсутствие циклов в минимальной сети привело к ее названию – «минимальное дерево-остов». В любой сети дерево-остов можно определить с помощью следующего итерационного процесса. Начать с любого узла и соединить его с ближаешем узлом сети. Соединенные два узла образуют связанное множество, а остальные узлы – несвязанное множество.

Далее в несвязном множестве выбрать узел, который расположен ближе других (на кратчайшем расстоянии) к любому из узлов связного множества. Скорректировать соответствующим образом связное и несвязное множества и повторять процесс до тех пор, пока в связное множество не попадут все узлы сети. В случае одинаково удаленных узлов выбирать любой из них, что указывает на неоднозначность минимального дерева-остова.

Задача кратчайшего маршрута состоит в нахождении связанных между собой дорог на транспортной сети, которые в совокупности имеют минимальную длину от исходного пункта до пункта назначения. Задачу нахождения кратчайшего пути можно сформулировать как транспортную задачу с промежуточными пунктами.

Задачи о кратчайшем пути и масимальном потоке можно сформулировать как задачи линейного программирования. Модель ЛП для задачи о кратчайшем пути строится следующим образом. Каждая переменная соответствует дуге, а каждое ограничение соответствует узлу. Пусть xij представляет величину потока, проходящего по дуге (i,j). Тогда заадча о кратчайшем пути в сети с n узлами формулируется, как

$Z=\Sigma\Sigma dijxij \rightarrow min$

При ограничениях: $\Sigma xij=1$ (исходный пункт);

$\Sigma xi,k=\Sigma xki$ (для всех $K\neq1$ или n);

$\Sigma xi,n=1$ (пункт назначения)4

$xi,j\geq 0$ (для всех i j)

6.3 Модели линейного программирования в оптимизации размера лесопользования

Основу лесоустроительного проектирования составляет рациональное (оптимальное) проектирования размеров лесопользования и лесовосстановления. В большинстве существующих методов расчета размера лесопользования положен принцип непрерывного пользования лесом, вытекающий из теории нормального леса. В основу теории нормального леса положены четыре требования: наивысший средний прирост насаждений; равномерное распределение насаждений по классам возраста в пределах оборота рубки; нормальное (оптимальное) распределение насаждений по территории; качества прироста и запаса насаждений, которые должны обеспечивать постоянный лесной доход и рентабельность капиталовложений. В настоящее время основной задачей лесоустройства является разработка моделей целевых (оптимальных) древостоев и целевых (оптимальных) лесов, моделей многоцелевого лесного хозяйства.

Задача оптимизации главного лесопользования может быть решена путем оценки максимального размера лесопользования при данных условиях и ограничениях. Целевая функция – максимум размера лесопользования. Оптимальное решение соответствует действию модели линейного программирования:

$Z=\Sigma\Sigma Mi,jxi,j \rightarrow max$, (2.21), Где Mi,j – запаса вырубаемый в i-м квартале в j-м году (лесосека по массе); xi,j – лесосека по площади в i-м квартале в j-м году при ограничениях

$\Sigma xi,j \leq A$, где Ai – общая площадь i-го квартала; m – число квадратов; n – число периодов рубки.

Размер главного пользования может быть постоянным, возрастающим и убывающим. Если в хозсекции наблюдается равномерное распределение насаждений по классам возраста, то размер главного пользования может быть постоянным, т.е. лесосека по массе в (j+1)-м году равна лесосеке в j-м предыдущем году:

$\Sigma M_{i,j+1}x_{i,j+1}=\Sigma vi,jxi,j.$ (2.22)

Если необходимо увеличить размер пользования в (j+1)-м году на P процентов к j-му году, то получится ограничение к целевой функции (2.21):

$\Sigma M_{i,j+1}x_{i,j+1}=((100+P_{j+1})/100)\Sigma Mi,jxi,j.$ (2.23)

Чтобы уменьшить размер пользования, в формулу подставляется отрицательное значение P_{j+1}.

Если план главных рубок составляется на y лет (например y=20), а оборот рубки в насаждениях равен R (например, R=100 лет), то в модель оптимизации (2.21) вводится ограничение, чтобы общая площадь ежегодной рубки не превышала отношения y/R:

$\Sigma\Sigma xi,j \leq (y/R)\Sigma Ai$ (2.24)

Можно предписать различный оборот рубки различным участкам леса (кварталам, насаждениям и т.д.), тогда ограничение в модели (2.21) будет:

$\Sigma\Sigma xij \leq y\Sigma i/Ri,$ (2.25)

где Ri – оборот рубки в i-м квартале.

Если объем рубки не должен превышать прироста, тогда в модель вводится ограничение

$\Sigma Mi,jxij \leq Zi,j$, где Zi,j – текущий прирост по запасу в i-м квартале в j-м году.

Американские исследователи разработали систему MAX-million планирования главных рубок и лесовосстановления. Цель лесоуправления – привести существующие леса на предельной территории к «целевому лесу», т.е. разработать оптимальный план рубок леса. Предполагается сплошная рубка с последующим созданием лесных культур. Целевая функция – максимум прибыли:

$П=\Sigma\Sigma xikDik \rightarrow max$ (2.27)

Оптимизацию размера главного пользования в лесоустроительных предприятиях предлагают осуществлять по модели.

$F=\Sigma\Sigma Mixij+\Sigma Zm10iyim \rightarrow max$ (2.28)

При ограничениях: $x_j - x_{j+1} \leq \alpha x_{ji}$; и $L_1 \leq L_{сп} + L_{пос}$,

Где F – целевая функция (максимум размера лесопользования); Mi – запас древесины требуемого качества в i-м классе возраста; m – номер класса возраста технической спелости; n – число классов возраста; xij – площадь насаждений i-го класса возраста, назначаемых в расчет в j-м десятилетии; Zm – среднее изменение запаса товарной древесины в возрасте технической спелости,м3;ym – площадь насаждений i-го класса возраста к концу оборота рубки;α - коэффициент, регулирующий размерность лесопользования (для лесов второй группы α=0,15); L1 – лесосека первого десятилетия; Lсп – лесосека по спелости; Lпос – лесосека поспевания.

Модель регулирования лесов (целевые леса) при многоцелевой функции ведения лесного хозяйства (выращивания древесины, других продуктов леса, защитные и социальные функции и т.д.) может быть сложной и решить задачу оптимизации многоцелевого лесопользования весьма проблематично. Применение методов математического программирования дало возможность оценивать несколько переменных в модели оптимизации. В обычной модели линейного программирования в целевой функции при оптимизации берется одна переменная (максимум лесопользования, минимум затрат и т.д.), а другие переменные представляют ограничение ее в целевой функции. Такая структура модели оптимизации является эффективной, если переменная целевой функции и переменные ограничений не взаимозаменяемы, т.е. ограничения накладываются окружающей средой (цены, площади и т.д.). Если ограничения составляют часть целевой функции, т.е. они взаимозаменяемы, то оптимальное решение в модели получить практически невозможно.

Одним из способов решения проблемы оптимизации многоцелевого использования лесных ресурсов является обобщение всех целей в одну функции полезности. Конечная цель лесоуправления – максимизация полезности (практической выгоды) от вложения капитала в лесохозяйственное производство.

С точки зрения рационального использования земли и растущего запаса процесс производства древесины будет частью лесного предпринимательства. Общая цель лесоуправления – получения максимальной полезности от процессов лесовыращивания. Капиталом является земля и растущий запас насаждений. Необходимо так распорядится капиталом, чтобы получить максимум функции полезности .

С помощью оптимального плана рубок леса лесовод может контролировать уровень растущего запаса древостоев, прирост, возрастную и породную структуры лесов, оборот капитала и прибыль предприятия.

7. Динамическое программирование

7.1 Метод динамического программирования

Динамическое программирование (динамическое планирование) – особый способ оптимизации решений задач по этапам, с каждым из которых ассоциирована одна управляемая переменная. Это – многоэтапное программирование, характеризующееся пошаговым процессом решения задач.

Фундаментальным принципом, положенным в основу теории динамического программирования, является принцип оптимальности. Он определяет порядок поэтапного решения допускающей декомпозицию (разложение) задачи на подзадачи с помощью рекуррентных вычислительных процедур, обеспечивающих получение допустимого оптимального решения задачи в целом при достижении последнего этапа.

Динамическое программирование представляет собой математический аппарат, разработанный с целью повышения эффективности алгоритма вычислений при решении класса задач путем их разложения (декомпозиции) на относительно небольшие и, следовательно, менее сложные задачи.

Метод ДП возник и развивается под влиянием идей и принципов, изложенных Беллманом.

Представим некоторую операцию О, распадающуюся на ряд последовательных шагов и этапов, например, деятельность отрасли «Лесное хозяйство» в течении m лет или задача распределения капиталовложений по лесхозам. Некоторые операции расчленяются на этапы естественно, в других – разложение приходится вводить искусственно.

Итак, операция О состоит из m этапов. Пусть эффективность операции характеризуется каким-то показателем W, который для краткости назовем «выигрышем». Предположим, что выигрыш W за всю операцию складывается из выигрышей на отдельных этапах:

$W= \Sigma Wi$

где Wi – выигрыш на i-том этапе.

Если W обладает таким свойством разложения на этапы, то его называют аддитивным критерием.

Операция О представляет собой управляемый процесс, т.е. можем выбирать какие-то параметры (переменные), влияющие на его ход и исход, причем решение, от которого зависит выигрыш на данном этапе и выигрыш операции в целом. Это решение называется этапным управлением. Совокупность всех этапных управлений представляет собой управление операцией в целом. Обозначим его x , а этапные управления x1,x2…xm, т.е. имеем

x= (x1,x2,…xm)

Следует иметь ввиду, что x1,x2,…xm в общем случае – не числа, а, может быть, векторы, функции и т.д.. Требуется найти такое управление процессом или системой, при котором выигрыш W обращается в максимум:

$W=\Sigma Wi \rightarrow max$

То управление x*, при котором максимум достигается, называется оптимальным управлением. Оно состоит из совокупности оптимальных этапных управлений:

x*=(x1*,x2*6…xm*).

Оптимальное управление W* - максимум из всех W(x) при разных управлениях x, входящих в множество возможных решений X:

W=max {W(x)}

$x \in X$

Любую многоэтапную задачу можно решить по-разному: либо искать сразу все элементы управления на всех m этапах, либо строить оптимальное управление этап за этапом, на каждом этапе расчета оптимизируя управление одним этапом. Обычно второй способ оптимизации проще, чем первый, особенно при большом числе этапов.

Принцип ДП отнюдь не предполагает, что каждый этап оптимизируется отдельно, независимо от других. Планируя многоэтапную операцию, надо выбирать управление на каждом этапе с учетом всех его будущих последствий на следующих этапах. Управление на m-ом этапе выбирается не так, чтобы выигрыш именно на данном этапе был максимальный, а так, чтобы была максимальной сумма выигрышей на всех оставшихся до конца этапах плюс данный.

Однако последний этап можно планировать с максимальным выигрышем без учета решений предыдущих этапов. Поэтому метод ДП предусматривает решение задач от конца к началу: прежде всего планируется последний m-ый этап, исходя из разных предложений о том чем кончился предпоследний (m-1)-й этап, и для каждого из этих предположений найти условное оптимальное управление на m-ом этапе. Условное потому, что оно выбирается исходя из условия, что предпоследний этап кончился каким-то определенным образом. Далее аналогичным образом оптимизируется управление на предпоследнем этапе, исходя из возможных предположений о том, чем закончился предыдущий. и для каждого из этих предположений отыскивается такое оптимальное решение на предпоследнем (m-1)-ом этапе, при котором выигрыш уже за последние два этапа максимален. Решая задачу по этапам от конца к началу, оптимизируем управление на (m-2)-ом этапе и т.д. до первого этапа.

Когда все условные оптимальные выигрыши на всех этапах процесса известны, решение задачи ДП начинается от начала к концу, т.е. от первого этапа к последнему отыскиваются оптимальные управления x* и выигрыш W*.

Метод вычисления от первого к последнему этапу называется алгоритмом прямой прогонки. Решение задач ДП от последнего к первому этапу называется методом обратной прогонки. Разные задачи ДП решают разными алгоритмами, но опыт практического применения методов ДП показывает, что алгоритм обратной прогонки в общем более эффективен.

7.2. Общее решение задач динамического программирования

Метод ДП является очень мощным методом оптимизации управления. Он подходит к решению обширного класса задач, в том числе задач целочисленного и нелинейного программирования, задач с различным видом ограничений. Но в отличие от линейного программирования ДП не сводится в какому-либо стандартному алгоритму вычислений. Задачи ДП могут решаться на компьютере только тогда, когда будет представлена математическая модель или функциональное управление ДП.

Первым шагом постановки задачи ДП является оценка состояния системы . Определение состояния системы обычно является наиболее сложным при решении задач ДП. Исследователю необходимо определить, какими параметрами характеризуется состояние управляемой системы перед каждым этапом решения задач ДП. От удачного набора этих параметров часто зависит успешное решение задачи оптимизации.

Простого способа определения состояния системы не существует, однако решить эту проблему, как правило, удается в процессе поиска ответов на два следующих вопроса: 1) в чем проявляется связь между этапами; 2) какая информация необходима для принятия допустимого решения на некотором этапе без проверки допустимости решений, принятых на предшествующих этапах.

Если состояние системы описывается многими параметрами (так называемыми фазовыми координатами), то становится трудно перед каждым шагом перебрать все варианты и для каждого найти оптимальное условное управление. Последнее еще больше затрудняется в случае, когда число возможных вариантов управления велико. Возникает так называемая проблема размерности, которая является серьезным препятствием при решении задач ДП средней и большой размерности. Многие такие задачи невозможно решить даже с применением компьютерных технологий. Увеличение переменных в модели ДП или параметров описания системы вызывает рост числа возможных вариантов решения, ассоциированных с каждым из этапов. Поэтому очень важно правильно составить задачу ДП, упрощая насколько возможно модель системы.

Если мы знаем начальное состояние управляемой системы (процесса), тогда на первом этапе находим оптимальное управление. Применив его, мы изменим состояние системы на некоторое новое, в этом состоянии системы начинается второй этап. Тогда нам тоже известно условное оптимальное управление, которое к концу второго этапа приводит систему в новое состояние и т.д.

Вторым шагом после описания состояния системы и перечня управлений является разложение (декомпозиция) задачи на этапы. Иногда они заданы в задаче, но часто разложение задач приходится выполнять искусственно. Следует отметить, что с увеличением числа этапов возрастает объем вычислений, что не всегда оправдано. Число этапов нужно выбирать с учетом двух обстоятельств: 1) этап должен быть достаточно малым для того, чтобы процедура оптимизации поэтапного управления была достаточно проста; 2) этап должен быть не слишком малым, чтобы не производить ненужных расчетов, только усложняющих процедуру поиска оптимального решения, но не приводящих к существенному изменению оптимума целой функции.

В основе решения всех задач ДП лежит принцип оптимальности: каково бы ни было состояние системы перед очередным этапом, надо выбирать управление на этом этапе так, чтобы выигрыш на всех последующих этапах был максимальным.

Постановку задачи ДП рационально проводить в следующем порядке:

1)выбрать параметры (фазовые координаты), характеризующие состояние системы S перед каждым этапом;

2) разложить операцию на этапы;

3) выяснить набор поэтапных управлений Xi;

4) определить какой выигрыш Wi приносит на новом этапе наше управление, и если система была изменена определить функцию выигрыша:

$$Wi=fi(S,Xi) \qquad (1)$$

5) определить, как изменяется состояние системы S под влиянием управления Xi с переходом в новое состояние

$$S'=\varphi i(S,Xi) \qquad (2)$$

6)записать основное уравнение ДП, выражающее условный оптимальный выигрыш (начиная с предпоследнего этапа и до конца) через известную функцию.

$$Wi(S)=Xi^{max}\{fi(S,Xi)+W_{i+1}(\varphi i(S,Xi))\} \qquad (3)$$

Этому выигрышу соответствует условное оптимальное управление на отдельном этапе Xi(S). В известную функцию $W_{i+1}(S)$ нужно вместо S подставить измененное состояние системы $S' = \varphi i(S,Xi)$;

7) произвести условную оптимизацию последнего этапа, задаваясь гаммой состояний системы, из которых можно за один этап дойти до конечного состояния, вычисляя для каждого из них условный оптимальный выигрыш по формуле

$Wm(S)=Xm^{max}\{fm(S,Xm)\}$ (4)

и находя условное оптимальное управление Xm(S), для которого этот максимум достигается;

8) выполнить условную оптимизацию предпоследнего этапа (m-1), (m-2) и т.д. этапов по формуле 3 , и для каждого этапа указать условное оптимальное управление, при котором максимум достигается.

9) Произвести безусловную оптимизацию управления с первого этапа до последнего. Взять найденное оптимальное управление на первом этапе, изменить состояние системы по формуле 2, для вновь найденного состояния отыскать оптимальное управление на втором этапе и т.д. до последнего этапа. Оптимальное управление процессом, таким образом, состоит из совокупности оптимальных управлений.

До сих пор рассматривались только аддитивные задачи ДП, в которых выигрыш за всю операцию равен сумме выигрышей на отдельных этапах. Но метод ДП применим также и к задачам с так называемым мультипликативным критерием. Соответственно строится рекуррентное соотношение на мультипликативной, а не аддитивной декомпозиции. Так, например, задача о надежности прибора решается с использованием мультипликативного критерия, берутся произведения выигрышей, если они положительны. Основное рекуррентное соотношение запишется в виде произведения, а не суммы, как при аддитивном критерии

$Wi(S)=Xi^{max}\{fi(S,Xi)*W_{i+1}(\varphi i(S,Xi))\}$

На практике встречаются случаи, когда планировать операцию приходится на неопределенно длинный период времени. В таких случаях бывает удобно рассмотреть в качестве модели бесконечный поэтапно управляемый процесс, где не существует особенного, по сравнению с другими, последнего этапа. Для этого нужно, чтобы функция выигрыша и изменения состояния системы не зависели от номера этапа.

7.3 Динамическое программирование лесохозяйственных процессов

Динамическое программирование первоначально применялось для решения технологических задач в лесном хозяйстве (Вайсэнен, 1967). Далее метод был был использован при разработке оптимальных рубок леса. Мадсен, 1964, применил меттод ДП при оптимизации полноты древостоя и оборота рубки, а Рисванд, 1968 – при оптимизации планов рубок леса.

Килкки и Вайсэнен,1969 применили метод ДП при разработке оптимальной программы рубок для насаждения. Вычисления выполнялись для чистых, одновозрастных сосновых древостоев 3 класса бонитета в возрасте от 50 до 100 лет. таксовая стоимость оценивалась по пятилетиям в зависимости от запаса. В насаждениях моделировались рубки ухода и главная лесосечная рубка.

Текущий абсолютный прирост по запасу древостоя оценивался по площади: Z_M^n = 11.38 $A^{-1.23}*10^{-0.00131\ M}*M$, где А - средний возраст древостоя, лет; М - запас древостоя.

Таксовая стоимость растущего древостоя оценивалась по пятилетиям в зависимости от запаса древостоя (М). При разработке программы рубок ухода за лесом использованы также модели хода роста сосновых древостоев по запасу, оценки стоимости запаса и лесовоссановления после главной рубки, таблицы производительности сосновых древостоев, пройденных рубками ухода средней интенсивности.

Метод динамического программирования в применении к проблеме оптимизации рубок леса позволяет ответить на ряд вопросов:

1) какое влияние оказывает процент интереса капиталовложений на программу рубок;
2) имеется ли различие в оптимальных программах рубок ухода по низовому и верховому методам;
3) какая рубка ухода более выгодна;
4) какое влияние оказывает стоимость лесозаготовок на программы р/у
5) какие будут потери в прибыли, если не следовать оптимальной программе рубок в насаждении.

Капиталом являются земля и растущий запас. при увеличении процента интереса капиталовложений в лесохозяйственное производство уменьшаются полнота насаждений и оборот рубки. Высокая полнота насаждений приводит к большим потерям в обороте капитала, чем низкая полнота. однако экономическая спелость леса определяется возрастом и уровнем (полнотой) растущего запаса. Низкополнотное насаждение экономически не выгодно оставлять для дальнейшего роста, лучше срубить и посадить новый лес. Таким образом, возраст главной рубки определяется экономической спелостью насаждений, а не размерно-качественными характеристиками древостоя. Модели экономической спелости леса разрабатываются с учетом прибыли (общий доход минус затраты на лесовыращивание) и интереса капиталовложений.

8. *Имитационное моделирование*

8.1 Метод имитационного моделирования

Лесная экологическая система, фитоценоз, биогеоценоз, древостой, дерево – объекты исследования в лесном хозяйстве, которые с позиции системного подхода являются системами.

Модель является описанием или представлением системы. Различают переменные и постоянные параметры модели. Экзогенные (внешние) переменные являются независимыми переменными и не определяются моделью. Они подразделяются на управляемые и не управляемые. Управляемые экзогенные переменные – те, которые можно контролировать и изменять с помощью определенных элементов системы. Эндогенные (внутренние) переменные являются зависимыми от модели переменными. Они подразделяются на промежуточные, описывающие состояние системы, и выходные переменные.

Параметры модели в отличие от экзогенных переменных являются константами, которые определяют уровень влияния эндогенных переменных в модели.

Отношения описывают связи между переменными или между параметрами. Эти отношения можно разделить на идентифицирующие (определяющие) и операционные.

При численном решении вместо независимых переменных в модель подставляются числа, и решение получается на основе операций с этими числами. Многие численные методы итеративны, т.е. на каждом шаге дают решение лучше, чем на предыдущем, результаты которого используются в решении на новом этапе.

Численные решения применяются, например, в методе линейного программирования. К численным методам можно также отнести методы имитационного моделирования и метод Монте-Карло. при решении сложных моделей можно комбинировать различные методы решений.

Имитационные модели, имитационные системы широко используются для решения задач лесохозяйственной науки и практики. Имитация – означает изображение, представление, выражение объекта. В современной трактовке имитация – изучение объекта путем проведения эксперимента с помощью вычислительной техники с имитационной моделью объекта. Имитационное моделирование выполняется с целью воспроизведения исследуемой системы (объекта) на основе результатов анализа наиболее существенных взаимосвязей между ее элементами. Результаты эксперимента на ЭВМ с имитационной моделью представляют собой оценки значений функциональных характеристик системы.

Сложные биологические системы (насаждение, биогеоценоз, фитоценоз, лесная экосистема) на современном уровне научно-технических знаний практически невозможно описать адекватной математической моделью в аналитической форме. На помощь приходит метод имитационного моделирования, позволяющий представить такие системы в виде имитационных моделей (систем) на ЭВМ. Имитационные модели рубок ухода, например, применяются для прогнозирования роста и производительности древостоев, разработки оптимальных планов рубок леса.

имитационное моделирование так же, как исследование системы, начинается с формулировки проблемы, т.е. с ясного и четкого изложения целей эксперимента. В соответствии с этим необходимо составить список вопросов, на которые должно ответить имитационное исследование. При этом желательно, чтобы вопросы были однородными, т.е. не требовали построения качественно различных моделей. С построением списка вопросов тесна связана задача об объекте исследования: об объеме задачи, границах пространства, продолжительности планируемого отрезка времени.

Следующей задачей является концептуализация модели: выбор переменных и параметров модели, качественное описание их связей, предварительная оценка исходной информации и возможностей ее получения..

Для построения списка переменных и качественного описания их связи строится диаграмма связей между переменными модели. Она дает возможность наглядно представить зависимости в сложных моделях и проверить, все ли переменные существенны для целей моделирования и не упущена ли какая-нибудь важная переменная. строить диаграмму особенно полезно в задачах так называемой динамической имитации, когда необходимо учитывать изменение во времени большого числа переменных, причем связи между любыми двумя переменными относительно просты, но в целом они составляют сложную структуру, где возникают сложные взаимодействия типа обратной связи. В более простых задачах составляется список предположений о ситеме. После построения диаграммы или списка предположений анализируется возможность расчетов по модели на основе оценки количества переменных и сложности отношений между ними.

Концептуальная диаграмма дает возможность определить требования к исходной информации модели, причем под информацией понимаются не только числовые значения, но и вид зависимостей между переменными. При сборе и обработке информации используются выборочные методы наблюдений и статистический анализ данных. Если необходимую информацию для разработки имитационной модели получить не возможно, то можно выполнить агрегирование переменных, т.е. замену нескольких переменных одной, отражающей приближенно воздействие на систему заменяемых переменных.. Хотя агрегирование и упрощает модель, но пользоваться им надо осторожно, объединяя только те переменные, воздействия которых на систему аналогичны. Если агрегирование не помогает добиться полноты информации, то необходимо пересмотреть список вопросов, которые должны быть изучены в результате имитационного эксперимента.

При анализе возможностей получения исходной информации производится оценка проблемы с точки зрения существования математических моделей, предназначенных для описания связей между элементами системы, и возможности проведения имитационного эксперимента. Может оказаться, что некоторые связи между переменными еще не достаточно изучены, т.е. построить адекватные модели связи невозможно. в Этом случае пересматривается цель имитационного моделирования или проводится дополнительное исследование проблемы.

Следующий этап прикладного имитационного моделирования состоит в разработке имитационной модели системы, реализации ее в виде программы и проверки модели.

Имитационная модель системы строится на основе разработанной концептуальной модели. Из концептуальной диаграммы получают соотношения и направления связей между переменными. В имитационной модели могут использоваться регрессионные модели связи, функциональные зависимости, статистические модели распределения в виде дифференциальных уравнений и другие. При разработке модели применяются методы статистического анализа исходной информации. Проверка математических моделей осуществляется методами математической статистики (детерминации, стандартная ошибка модели, среднеквадратическая и систематическая ошибки, надежность модели) с использованием дополнительно собранной информации. При проверке математических моделей устанавливается, все ли параметры воздействия на систему включены в модель, правильно ли заданы соотношения между переменными и область их существования и т.д.

Реализация имитационной модели в виде программы на ЭВМ связана с двумя задачами: 1) выбор языка программирования; 2) генерирование последовательностей случайных чисел, имеющих заданное распределение.

Имитационная модель пригодна тогда, когда дает возможность реализовать цель исследования или эксперимента. Модель, подходящая для решения одних задач, абсолютно не пригодна для решения других. Единственным полноценным критерием пригодности модели может служить практическое использование результатов. Если в имитационном эксперименте правильно предсказываются последствия решений, реализуемых на практике, тогда можно положительно оценить имитационную модель.

Адекватность проверяется до проведения имитационного эксперимента. Во-первых, нужно качественно проанализировать поведение модели путем проведения расчетов и оценки поведения переменных. Во-вторых, проверить устойчивость результатов в зависимости от параметров модели. В-третьих, иногда можно исследовать модель теоретически при некоторых упрощениях. Наконец, можно провести эксперимент с прошлым состоянием системы. по данным воздействия на систему в прошлом, получить результаты о состоянии системы в прошлом и сравнить их с реальной системой. при проверке надежности имитационной модели применяются также методы математической статистики.

Основной этап имитационного моделирования – проведение имитационного эксперимента, включающего планирование, проведение и обработку результатов эксперимента. На этом этапе необходимо получить результаты внешних воздействий иили факторов на систему.

Математические модели , на основе которых проводится эксперимент могут быть детерминированными и стохастическими. В детерминированной модели фактор однозначно определяет реакцию системы, в стохастической – реакция получается в результате воздействия внешних воздействий в ряде случайных чисел, которые, хотя и являются выборкой из одного и того же распределения, в силу случайности моделируемого процесса принимают различные значения. В случае стохастической модели повторение эксперимента при одинаковых внешних воздействиях приведет к разным результатам. И тогда возникают вопросы: 1) при каких внешних воздействиях проводить расчеты с моделью; 2) сколько расчетов проводить т т.д.

8.2 Метод Монте-Карло

Имитационное моделирование, представляющее собой статистический эксперимент, неразрывно связано с методом статистических испытаний Монте-Карло.

Метод Монте-Карло – это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин.

Создатели этого метода – американские математики Д.Нейман и С.Улам (1949). Название метода происходит от города Монте-Карло, знаменитого своими игорными домами с рулетками, где используются приборы для генерирования случайных чисел. Теоретическая основа метода была известна давно, однако, до появления ЭВМ метод Монте-Карло не мог найти широкого применения, т.к. моделировать случайные числа вручную – очень трудоемкая работа.

Метод Монте-Карло имеет две особенности. Первая – простая структура вычислительного алгоритма. Как правило, составляется программа для осуществления одного случайного испытания. Затем это испытание повторяется N раз. Причем каждый опыт не зависит от всех остальных, а результаты всех испытаний усредняются. Поэтому часто метод Монте-Карло называют методом статистических испытаний.

Вторая особенность метода – погрешность вычислений, - как правило, пропорциональна $\sqrt{D/N}$, где D - некоторая постоянная; N - число испытаний. Отсюда видно, что для того чтобы уменьшить погрешность, нужно увеличить число испытаний в квадрате. Ясно, что добиться высокой точности таким путем невозможно. Поэтому метод Монте-Карло эффективен при решении тех задач, для которых результат нужен с точностью 5-10%. Однако одну и ту же задачу можно решить различными вариантами метода Монте-Карло, т.е. при помощи моделирования различных величин. Во многих задачах удается значительно увеличить точность, выбрав способ расчета, которому соответствует значительно меньшее значение постоянных. В некоторых случаях выгодно отказаться от моделирования истинного случайного процесса и вместо этого использовать искусственную модель путем генерирования случайных чисел.

Точность и надежность описания физической величины или процесса с помощью случайных величин оценивается опытным путем. Более того, случайная величина удовлетворительно описывающая какую-нибудь физическую величину в одном процессе может оказаться плохой характеристикой этой же физической величины при исследовании других процессов. В имитационных моделях выборка, соответствующая любому вероятностному распределению, производится на основе использования случайных чисел, равномерно распределенных в интервале. Статистическими условиями, которым должны удовлетворять случайные числа в интервале, являются:1) все числа из совокупности интервала могут появляться с одинаковой вероятностью; 2) последовательные положения точек в интервале генерируются абсолютно случайным образом, т.е. они независимы и некоррелированы.

Различают три способа получения случайных чисел: 1) таблицы случайных чисел (при расчетах вручную); 2) генераторы случайных чисел (датчики случайных чисел – помехи в радиоэлектронных приборах); 3) метод псевдослучайных чисел.

Для получения случайных чисел используются арифметические методы, легко реализуемые с помощью компьютеров. Наиболее часто используется мультипликативный метод, когда случайные числа генерируются с помощью рекурсивной формулы. Этот метод позволяет получать случайные числа, распрелеленные равномерно в интервале. Кроме того, рекурсивные уравнения можно подобрать так, чтобы количество случайных чисел, полученных до того, как они начнут повторяться (периодичность последовательности чисел), было достаточным для проведения одного полного прогноза модели. Случайные числа, полученные этим методом, называются псевдослучайными в отличие от истинных.

Подавляющее большинство расчетов по методу Монте-Карло осуществляется с использованием псевдослучайных чисел.

Для получения из последовательности случайных чисел исходы событий, подчиняющиеся любому заданному распределению (функции) используются три подхода.

Основной метод – метод обратных функций. Если функция распределения вероятностей строго возрастающая, то метод состоит в следующем. Полученному случайному числу Yi, принадлежащему интервалу, находим случайное число Xi такое, как F(Xi)=Yi , т.е. $Xi=F^{-1}(Yi)$. Такая процедура нахождения функции, являющейся обратной функции F(X), соответствует методу инверсии.

Второй подход основан на использовании теорем теории вероятностей, например, центральной предельной теоремы, которую можно применить для построения генератора нормального распределения с заданными средним и дисперсией путем суммирования числа реализаций равномерного распределения случайной величины. На основе нормального распределения можно построить многие распределения случайных величин.

Третий метод основан на использовании части оперативной памяти машины для уменьшения расчетов. Этот метод применяется для генерирования дискретных случайных величин

Метод Монте-Карло является универсальным методом, позволяющим решать многоэкстремальные задачи общего вида с отысканием глобального экстремума. Этот метод относится к ненаправленному случайному поиску, и заключается в многократном моделировании независимых случайных вариантов решений из области допустимых, вычислений в каждом из них критерия оптимизации и запоминания ближайшего к экстремуму (максимуму или минимуму целевой функции).

8.3 Имитационное моделирование лесохозяйственных процессов

Имитационное моделирование широко используется для решений различных задач лесного хозяйства: 1) при моделировании строения, роста, и производительности насаждений; 2) в разработке программ рубок ухода; 3) для имитации естественного возобновления лесов; 4) при разработке альтернативных вариантов лесоуправления.

В литературе описаны различные модели роста и возобновления (Митчел, 1969, Лин, 1974, Монсеруд, 1975, Ситонен, 1983). Пуколла, 1987, разработал имитационную модель естественного возобновления сосны, ели и березы в условиях Финляндии. Процесс возобновления делится на три подпроцесса: 1) всхожесть семян; 2) рост всходов; 3) отпад всходов.

Урожай семян описывается экспоненциальным уравнением в зависимости от температурного режима. Площадь, пригодна для произрастания семян вычисляется в зависимости от методов содействия естественному возобновлению, числа лет после подготовки почвы, типа леса и линейно зависит от суммы площадей древостоя.

Определяются так же процент пустых семян и полных в зависимости от массы пыльцы попавшей на цвет сосны. Зрелость семян зависит от температурного режима. Доля проросших семян зависит от процента всхожести и температурного режима. Прогнозируется так же отпад и текущий прирост по высоте сеянцев. Выход имитационной модели составляют итоговые таблицы, гистограммы распределения сеянцев по возрасту и высоте, показатели, характеризующие процесс возобновления: урожайность, доля полных и спелых семян, всхожесть, сохранность, площадь, число всходов на начало и конец года, число саженцев высотой 1,3м.

Существующие таблицы хода роста и производительности насаждений являются имитационными моделями хода роста с возрастом древостоя. Имитационные модели при этом разрабатываются на уровне моделей отдельных деревьев и древостоев в целом. Об этом мы будем говорить позже.

Имитационные моделирование используется также при планировании проведения рубок ухода. Имитационные модели рубок ухода разрабатываются в трех направлениях: 1) имитация схем назначения рубок ухода в насаждении на оборот рубки; 2) создание программ рубок ухода в насаждении по типам леса и режимам ухода; 3) имитация пространственного распределения деревьев, их конкуренции и отбора деревьев при рубках ухода. А также учет экономических составляющих всех процессов.

9. Методы исследования хода роста насаждений

9.1 Основные подходы к исследованию хода роста насаждений

Ход роста насаждений может быть исследован различными методами, от которых зависят, соответственно, и методы составления таблиц хода роста насаждений. Самым надежным способом получения опытного материала для их составления является организация стационарных наблюдений за динамикой роста и развития насаждений начиная с самого момента их возникновения. Метод обеспечивает получение надежных результатов, но проведение многократных наблюдений требует десятилетий.

Хода роста насаждений может быть исследован с применением статистического метода полосок, предложенного немецким лесоводом Бауэром.

Статистический метод построения таблиц хода роста насаждений имеет ряд недостатков: очень трудно проводить крайние кривые из-за недостаточности крайних точек; отсутствует контроль, устанавливающий принадлежность к одному естественному ряду развития.

Статистически метод Бауэра получил дальнейшее развитие в США, где решающее значение придают кривой-гиду, характеризующей ход роста среднего класса бонитета.

В нашей стране статистический метод получил конструктивное развитие в исследованиях Свалова Н.Н. /133/. Согласно его методике для составления таблиц используются массовые материалы, накопленные лесоустройством и научными учреждениями.

Для выравнивания таксационных показателей рекомендуется использовать следующие уравнения:

высота (h) в зависимости от возраста (t): $\left(1-1^{-e^{-kt}}\right)$

диаметр (d) в зависимости от возраста (t): $d = t^2/(a + bt + ct^2)$

запас (M) и сумма площадей сечений (G) в зависимости от верхней высоты (Нв):

$M = a\,Нв^{\,b+clgНв}$; $G = a\,Нв^{\,b+clgНв}$, которое в логарифмическом виде будет:

$\lg M = \lg a + b \lg Нв + c (\lg Нв)^2$

Современная статистическая теория дает основание признать методические предложения Н.Н.Свалова наиболее завершенным применением статистического метода составления таблиц хода роста древостоев.

9.2 Статистический, типологический и комбинированный методы исследований

При исследовании хода роста древостоев чаще всего используют аналитический метод, или метод указательных насаждений. Он разработан Гартингами, дальнейшую детализацию метода осуществил А.В.Тюрин .

Существует также типологический метод исследования хода роста насаждений. При этом методе сначала устанавливают наиболее распространенные типы леса для изучаемого района. Обычно их выделяют по общности почвенно-грунтовых условий и напочвенного покрова. Для каждого из выделенных типов закладывают несколько пробных площадей, характеризующих насаждения разных возрастов. Правильно отобранные площади являются эталоном для насаждений разных возрастов, относящихся к одному естественному ряду.

Сопоставляя три основных метода исследования хода роста насаждений, можно сделать вывод, что первый из них позволяет получить более точные результаты, но неприемлем из-за длительного периода, требуемого для полного исследования. Преимущество второго и третьего способов в том, что при пользовании ими требуются однократные обмеры насаждений, выполняемые в течении одного летнего сезона. Однако преимущество это является одновременно и недостатком, так как однократный обмер не всегда гарантирует выбор насаждений, принадлежащих к одному естественному ряду роста и развития.

В лесной таксации разработан также комбинированный метод исследования хода роста насаждений.

Метод основан на многократных обмерах древостоев, которые ведутся сразу в нескольких насаждениях разного возраста.

Если при этом выбраны действительно нормальные насаждения, принадлежащие к одному классу производительности (классу бонитета), то в результате получают данные, характеризующие динамику развития насаждения этой категории за определенный период их роста.

Положительной стороной комбинированного метода является то, что в результате многократных обмеров одних и тех же насаждений вскрываются ошибки, допущенные при их выборе. Поэтому можно быть уверенным, что окончательно отобранный и используемый для составления таблиц хода роста насаждений материал отобразит их динамику роста, как однородных по всем показателям.

Ленинградский научно-исследовательский институт лесного хозяйства под руководством профессора Н.В.Третьякова разработал метод составления таблиц хода роста насаждений, известный как метод ЛенНИИЛХа. Для выявления принадлежности к одному естественному ряду используют закономерности в ходе роста, обобщаемые уравнениями прямых линий.

Основное преимущество этого метода в том, что путем построения графиков проверяется правильность выбора пробных площадей. Однако это преимущество не стоит переоценивать, поскольку метод допускает широкие отклонения отдельных точек от обобщающей прямой линии.

Н.П.Анучиным предложен метод исследования хода роста насаждений, использующий в качестве основы для построения таблиц лесоустроительные материалы. Таблица классов возрастов, бонитетов, полнот и запасов, составляемая при таксации и устройстве лесов, обобщает лесоустроительные данные.

После статистической обработки по большинству показателей, входящих в состав таблиц хода роста насаждений, получаем средние нормативы, среднеквадратические отклонения и средние ошибки. Графическим способом выравниваются средние величины. Выравненные средние величины вписываются в соответствующие графы таблиц хода роста насаждений, составленные для более распространенных, так называемых, модальных насаждений.

Недостатком этого метода можно считать то, что он не предусматривает тщательного отбора насаждений естественного ряда. Среднестатистические величины для отдельных классов возраста выводятся на основании данных, характеризующих насаждения, которые в биологическом отношении могут быть неоднородными. В производственных условиях таксационные показатели отдельных насаждений устанавливают глазомерно, в результате чего их средние значения могут быть не точными.

Обзор последних достижений по изучению хода роста насаждений дает основание полагать:

1) основными видами таблиц являются таблицы хода роста оптимальных и разнополнотных насаждений;
2) таблицы должны учитывать происхождение и степень изреживания древостоев;
3) они должны быть местными с учетом типов кривых изменения таксационных показателей;
4) таблицы необходимо составлять с использованием математических методов и компьютерных технологий.

9.3 Особенности лесоводственной информации.

Результаты любого эксперимента в виде измерений или наблюдений следует рассматривать как случайную выборку из общей (генеральной) совокупности. Количество информации, методы ее сбора и обработки должны обеспечивать необходимую точность результатов. Никакие математические методы и ЭВМ не могут добавить точности исходным данным, увеличить количество содержащейся в них информации и в конечном счете повысить надежность результатов; они могут лишь помочь строго оценить эту надежность и придать результатам наиболее целесообразную форму. Отсюда следует, что математические методы применимы не к любым хаотическим данным, а только к тем, которые собраны и обработаны с применением достаточно строгих требований математического планирования эксперимента и статистического анализа данных.

Определенная научная и производственная задача в лесном хозяйстве может быть решена на основе лесоводственной информации. Наблюдения (визуальное описание типов леса, глазомерная таксация, фенологические наблюдения и т.д.) и измерения (высот, диаметров деревьев) - возможные способы сбора данных в лесном хозяйстве. Под данными мы понимаем измерения и наблюдения, а под лесоводственной информацией - преобразованные и обработанные данные, необходимые для принятия научных выводов или управленческих решений. В принципе большинство наблюдений (даже качественных признаков объекта) можно выразить числом, т.е. представить как процесс измерения.

При моделировании роста конкретной совокупности древостоев в первую очередь решается задача разделения их по степени общности роста, группировки в классы одинаковой производительности. Такая классификация может быть выполнена на экологической основе (по типам леса, условиям произрастания, ПТГ и т.д.) и искусственной (по классам бонитета).

В качестве классификационной основы могут быть использованы несколько экологических и таксационных признаков: класс добротности места обитания (бонитет), устанавливаемый по почвенно-грунтовым условиям, класс бонитета древостоя, устанавливаемый по среднему годичному приросту, класс бонитета, устанавливаемый по высоте и возрасту, тип леса и др.

Класс добротности по почвенным условиям был положен в основу первых таблиц, составленных в Германии В.Прейлем и Г.Котта. А.Р.Варгас де Бедемор применил характеристики почвенных условий в качестве классификационного признака наряду со средним приростом и высотой. Однако систематизация по этому признаку имела недостатки, так как производительность древостоев при одних и тех же почвенно-грунтовых условиях оказывалась разной.

Класс бонитета по среднему приросту был впервые применен в Германии Шиффелем, затем в ряде стран Центральной Европы. Однако эта классификация производительности оказалась менее удобной, чем классификация на основе высоты и не имеет доминирующего положения.

Класс бонитета, устанавливаемый по высоте древостоя и возрасту получил широкое применение в практике составления таблиц. Классификация насаждений по классам бонитета имеет большое достоинство в получении единого, унифицированного масштаба в оценке продуктивности насаждений различных районов республики.

Другой общепринятой группировкой насаждений является разделение их по типам леса. Однако при моделировании роста и производительности древостоев на ЭВМ необходимо иметь количественную оценку типов леса - индексы типов леса.

В США, Канаде, большинстве западно-европейских стран индексом условий произрастания является верхняя высота древостоев в возрасте 100 или 50 лет. Например, индексы типов условий произрастания или верхняя высота сосновых насаждений в 100 лет составляют: 36-33-30-27-24-21-18м, - применяется шкала производительности с градацией 3м.

Исследования Хеггера Л. показали, что индексный возраст оказывает влияние на точность кривых условий произрастания. Для лесного хозяйства важно установить общую продуктивность в пределах оборота рубки. Многие исследования показали, что продуктивность насаждений наиболее тесно связана с высотой в возрасте главной рубки, т.е. индексный возраст должен быть приближено равен возрасту главной рубки.

Р.Куртис исследовал вопрос о зависимой переменной, которая должна быть в регрессиях: индекс условия местопроизрастания – возраст - высота. В прошлом многие кривые бонитировочных шкал были созданы путем регрессии высоты (Н) от возраста (А) и индекса условий произрастания (Н100):

$$H = f(A, H100)$$

В практике эта связь была перевернута и использовалась для оценки индекса класса бонитета по наблюдениям высот и возраста насаждения, т.е. в оценке регрессии.

$$H100 = f(H, A)$$

Н.Н.Свалов изложил основные принципы разработки бонитетных шкал: 1) построение бонитетных шкал дифференцировано по древесным породам и происхождению древостоев; 2) бонитетные шкалы должны разрабатываться при составлении таблиц хода роста древостоев; 3) классификационным признаком при создании таблиц и бонитирования древостоев следует считать верхнюю высоту. К использованию классификации насаждений по верхним высотам перешли в большинстве стран. М.М.Орлов отмечал, что при сравнении насаждений одинаковых хозяйственных форм наиболее целесообразным критерием при распределении насаждений на классы бонитета является средняя высота насаждений, а при сравнении, насаждений, пройденных рубками ухода разной степени интенсивности или затронутых выборочными рубками, следует использовать наибольшую высоту насаждений.

Н.Н.Свалов считает верхнюю высоту древостоев признаком, стабилизирующим оценку класса бонитета, не зависимо от густоты и степени прореживания древостоев. С другой стороны, как отмечает Р.Куртис, процедура отбора доминантной деревьев в древостое имеет также ряд недостатков: 1) число доминантных деревьев неуклонно уменьшается с возрастом и средняя арифметическая высота таких деревьев в спелости не представляет среднего доминантов в более молодом возрасте; 2) значительное варьирование в оценке верхней высоты древостоев возникает при динамике классов кроны; 3) процент доминантных деревьев в древостое и их вероятное распределение зависит от рубок ухода и полноты древостоя. Средняя в математической статистике является довольно устойчивым признаком, характеризующим в целом выборочную совокупность (отдельный древостой). Средняя высота в оценке класса бонитета применяется в странах СНГ. Что касается влияния рубок и первоначальной густоты на среднюю высоту древостоя, то при составлении таблиц роста и производительности насаждений последние необходимо разрабатывать для различных вариантов густоты и ухода. По этому направлению идут зарубежные исследователи, применившие в оценке класса бонитета верхнюю высоту древостоя.

Система моделирования роста и производительности древостоя разрабатывается на основе классификации насаждений республики по классам бонитета по общебонитировочной шкале проф. М.М.Орлова, как единого унифицированного масштаба в оценке производительности. Индексы классов бонитета (Н100) для хвойных и твердолиственных насаждений семенного происхождения являются средними высотами в 100 лет. Классификация насаждений по типам леса принята в соответствии с лесотипологической схемой для основных древесных пород республики, разработанной И.Д.Юркевичем и В.С.Гельтманом. Оценка индекса типа леса производится по классам бонитета характерным для данных условий произрастания согласно общебонитировочной шкале.

Основными характеристиками принятыми для классификации насаждений по типам леса являются почвенные условия, растительный напочвенный покров и класс бонитета произрастающих в данных лесорастительных условиях насаждений.

9.4 Измерительные шкалы

Измерения, выраженные числом, получают, применяя одну из четырех измерительных шкал:

1) Нормальная шкала - применяется в том случае, если подсчитывают число идентичных объектов без оценки их качественного значения. Например, подсчитываем число типов леса на плане лесонасаждений, число деревьев определенной породы без измерений их диаметров и высот и т.д. При обработке таких данных допустимыми являются статистики: мода - наиболее частое значение; критерий Пирсона X2-квадрат как критерий оценки различия между случайными величинами.
2) Порядковая шкала -- признаки ранжируются в иерархическую систему. Интервалы такой шкалы, как правило, не равные. Например, классификация деревьев по классам роста или продуктивности, сортировка бревен по сортам, сортиментам и т.д. При обработке таких данных ни среднее значение, ни среднеквадратическое отклонение не могут правильно характеризовать выборочную совокупность. Допустимые статистики: мода, медиана (средина ряда), X2-квадрат, коэффициент ранговой корреляции и процентами.
3) Интервальная шкала - предусматривает равные интервалы. Начало отсчета не находится на нуле, но фиксировано. Это - различные температурные шкалы, разделение времени (динамики процесса) на дни, недели, месяцы, годы. Интервальная шкала определяет истинное количество информации, поэтому при обработке допустимо применение средней, среднеквадратического отклонения, коэффициенты корреляции.
4) Шкала отношений - имеет равные интервалы и начало отсчета - нуль. Фундаментальные измерительные системы для длины, веса, времени и получаемые от них объемы, запасы, абсолютная температура и влажность основываются на данной шкале.

Любые измерения содержат определенную точность и соответствующую ошибку, так как истинного значения измеряемой величины мы не можем точно знать (процесс познания бесконечен). Диаметр дерева изменяется в разных направлениях измерений, изменяется в течении времени суток, определенную погрешность измерений имеет мерная вилка, влияют на ошибку измерений схема выборки, время измерений и т.д.

Различают прямые, косвенные, совокупные измерения. Прямое измерение - результат получают непосредственно в процессе измерения (диаметр, высота, прирост дерева). Косвенное измерение - результат получают на основе известной зависимости. Запас древостоя непосредственно измерить нельзя, а его можно оценить косвенно: М =

GHF. Совокупные измерения - результат находят путем решения системы уравнений, отдельные члены которых получены прямыми или косвенными измерениями.

Различия в подходах к измерениям и особенности лесоводственой информации порождают три основных источника ошибок лесоводственной информации:

1) Ошибки, возникающие в процессе сбора исходных данных. К этой группе относятся два типа ошибок: а) ошибки выборки или репрезентативности данных; б) ошибки измерений.
2) Ошибки вычислений, вытекающие из приближенного характера исходных данных. В традиционных задачах лесного дела, где объем вычислений был невелик, эти ошибки не имели большого значения. Однако применение математических методов и ЭВМ привели к существенному возрастанию сложности решаемых задач и погрешности исходных данных, накапливаясь в процессе счета, могут совершенно исказить результат.
3) Ошибки математического моделирования возникают из-за приближенного отражения моделью процесса или явления, неправильной интерпретации результатов и практического применения модели.

В настоящее время математическое моделирование является одним из средств научно-технического прогресса в лесном хозяйстве, но при этом следует помнить о возможных сложностях. Во-первых, для аналитического описания явления можно с успехом применить различные типы математических моделей. Во-вторых, возможны стремления исследователя применить сложный математический аппарат и как можно больше переменных в модели или использовать значительно упрощенную модель.

Во многих исследованиях в лесном деле отсутствует четко определенные количественные понятия. Поэтому при математическом моделировании следует правильно применять статистические методы, критерии верификации моделей и их адекватности реальному процессу.

10.Моделированию хода роста насаждений

10.1 Основные принципы моделирования хода роста насаждений

Математическое моделирование роста леса на ЭВМ является относительно новым направлением в лесотаксационной науке. Как в большинстве новых направлений, первоначальное внимание было сконцентрировано на решении узких, специальных вопросов, а не в широком смысле на перспективу применения моделей в системе управления лесными ресурсами. Системный подход к моделированию роста леса на ЭВМ связан с пересмотром идей и способов моделирования.

Модели роста и производительности насаждений требуются для различных аспектов контроля и управления лесами: таксации насаждений, оценке вариантов ухода за лесом, прогнозирования продуктивности древостоев, оценке производительности условий произрастания.

Главное же назначение математических моделей роста насаждений - обеспечить данными для анализа и проверки многочисленных гипотез относительно различных вариантов ведения лесного хозяйства (лесопользования, лесовосстановления, рубок ухода, лесомелиорации и т. д.). Совместно с моделями оптимизации лесохозяйственных мероприятий, модели роста насаждений дают ключевую информацию в принятии правильных решений в управлении лесами.

Первоначально исследователи пытались связать отдельные цели (назначения) моделирования роста леса, а не основные принципы моделирования, что привело к несколько путанной классификации направлений моделирования. Тем не менее, практически все модели имеют одну общую цель: производить в некоторой точке или точках времени (возрасте) данные о состоянии насаждения. D.Munzo (1974) указывает на три основных принципа в моделировании роста насаждений.

Первый принцип предполагает, что основной единицей моделирования является отдельное дерево. Для разработки модели роста насаждения необходимы данные таксации частей древесного ствола, измерений коры, оценки биологической конкуренции деревьев и их пространственного размещения на площади в системе координат.

Второй принцип предполагает, что основная единица моделирования - отдельное дерево. Переменными в модели представлены таксационные признаки деревьев без учета их пространственного размещения и данных таксации частей древесного ствола.

Третий принцип моделирования предполагает: что основной единицей моделирования является древостой и модели строятся для совокупности насаждений по их средним таксационным показателям.

10.2. Модели первого типа

Модели первого типа создаются на основе информации о росте отдельных деревьев в насаждении: индекс условий произрастания, фактор конкуренции деревьев, измерения ширины и длины кроны, расстояние между деревьями, анализ хода роста древесного ствола, текущий прирост по диаметру и высоте по 5-летиям вдоль ствола положение дерева в системе координат.

Это направление получило развитие в Северной Америке. Модели Newnham (1964), Lee (1967), Lin (1969,1974), Bella (Bella (1970), Mitchell (1967), Arney (1974) и других, хотя отчасти различные в деталях, являются подобными в принципе. Каждая модель основывается на постулате, что размер конкуренции, которой подвергается дерево, пропорционален той части круга, которая перекрывается кругами конкуренции соседних деревьев. Круг конкуренции обычно определяется как некоторая функция диаметра дерева на 1.3 м. Фактическое количество перекрытия (т.е. конкуренция) выражалось различными авторами в единицах площади, окружности или углов. Newnham проверил влияние различных пространственных распределений на отпад. Lim показал, что конкуренция, которой дерево подвергалось последние 5 лет, является полезной переменной в модели роста дерева. Bella дал итеративный алгоритм для определения пределов влияния конкуренции. Arney показал возможным использовать для имитационной модели насаждения текущий прирост каждого дерева по 5-летиям. J.Lin (1974) разработал имитационную модель для прогноза текущего прироста древостоя. В насаждении проводится перечислительная таксация, измеряются положение деревьев в системе координат, текущий прирост каждого дерева по высоте и диаметру и т.д. Для прогнозирования хода роста отдельного дерева использовано четыре основные переменные:

1) SI (site index) - индекс типов условий местопроизростания или верхняя высота древостоя в 100 лет;
2) A - возраст дерева, лет;
3) d - диаметр дерева на высоте 1.3м, см;
4) GSI - индекс растущего пространства, количественное изменение биологической конкуренции между деревьями за площадь питания, свет и т.д.

Индекс GSI вычисляется путем оценки угла между деревом и его конкурентами. Методический подход заключается в установлении связей между шириной кроны и диаметром деревьев, растущих на открытом пространстве (индекс GSI=0) и угнетенных (GSI=100), которые показывают соответствующий угол (рис.2.1)

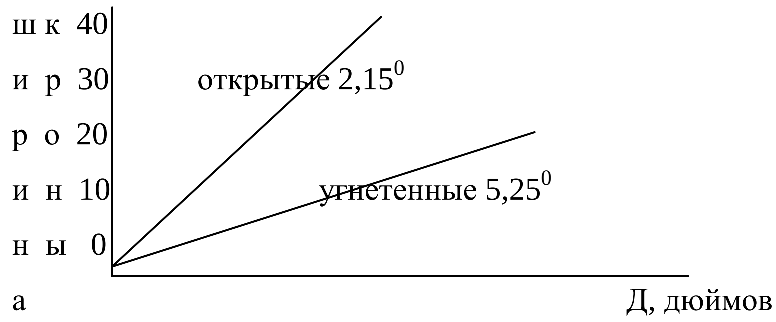


Рис. 2.1. Связь между шириной кроны и диаметром деревьев, растущих на открытом пространстве и угнетенных

Между прямыми линиями на рис. 2.1 находятся пределы растущего пространства дерева. Таким образом, если угол между деревом и его конкурентом меньше 2,15, то конкуренция отсутствует (GSI=100), если угол равен или больше 5,25, то конкуренция максимальная и индекс GSI=0.

Индекс вычисляется на ЭВМ по карте пространственного распределения деревьев по площади насаждения.

Прогноз текущего прироста 18 лет по имитационной модели сравнивался с данными перечислительной таксации древостоев на пробных площадях. Результаты показывают максимальные отклонения по среднему диаметру древостоя от +4,5 до -5,0 см, средней высоте от +3,6 до -3,4 м.

Модели данного типа дают весьма детальную информацию о строении древостоя и главное их назначение - проверить влияние различных лесохозяйственных программ, таких как схем посадки, рубок ухода и удобрений на рост леса. Применение имитационных моделей увеличит надежность принимаемых решений в отношении рубок ухода, так как по ним можно выполнить прогноз текущего прироста и продуктивности древостоев, а в конечном итоге - оценить эффективность рубок ухода.

Однако из наибольших препятствий к практическому применению этих моделей есть требование информации о пространственном распределении деревьев и данных таксации частей древесного ствола. Такая информация является дорогостоящей и не всегда имеется в наличии. Трудно также измерить биологическую конкуренцию деревьев.

Значительным недостатком является большой объем внешних запоминающих устройств и вычислительных работ на ЭВМ. Применение крупномасштабной аэрофотосъемки позволит более эффективно выполнять картирование деревьев по пробе, но это не уменьшит стоимости таксации частей ствола и трудности практического применения данного типа моделей.

10.3 Модели второго типа

Модели второго типа разрабатываются с использованием зависимостей относительного прироста по высоте, диаметру, и объему от таксационных показателей дерева и насаждения, факторов окружающей среды (среднее расстояние между деревьями, температура и длина сезона роста, величина осадков и т.д.). В этих моделях широко используются функции распределения деревьев по диаметру, высоте и другим признакам. Моделирование режимов рубок ухода выполняется имитацией строения древостоев по диаметру с прогнозированием прироста по площади сечения, вырубаемой части по числу деревьев и площади сечения. Техника изучения и моделирования прироста и отпада древостоя отличаются от простых регрессионных моделей (Lemon, Shumaher 1962), где периодический текущий прирост по диаметру является функцией фактора конкуренции, условий местопроизрастания и объема дерева, до сложных стохастических моделей (Dress 1970, Golding 1972). Наибольшее распространение эти модели получили в скандинавских странах. Сторонники "аналитического" способа моделирования хода роста насаждений концентрируют внимание на развитие математической теории и совместимости функций прироста и общей производительности насаждений (Turnbull, Pienaar 1973, Clutter 1963, 1972). С другой стороны, статистики эмпирического изучения "лучшей" функции прироста обычно применяют регрессионный анализ с подбором наиболее подходящей регрессии без строгого внимания к математической элегантности и совместимости функций прироста и производительности (Golding 1972,Vuokila 1973, Stage 1973). A.Sillivan и J.Clutter (1972) предложили систему уравнений, составляющих алгебраически логическую модель хода роста одновозрастных насаждений по сумме площадей сечения и запасу. Цель - получить совместные модели роста и производительности насаждений, т.е. алгебраическую форму модели производительности с помощью интегрирования модели текущего прироста. Прогнозирование запаса древостоя выполняется по модели:

Y.Vuohila (1966) при моделировании роста и производительности сосновых насаждений Финляндии использовал функции относительного текущего прироста деревьев и древостоев по диаметру, высоте и объему. Независимыми переменными в моделях явились: показатели среднего дерева древостоя (диаметр, высота, возраст, объем); таксационные показатели древостоя (диаметр, верхняя высота, возраст, площадь сечения, запас, процент отпада по площади сечения); переменные окружающей среды (среднее расстояние до соседних деревьев, средняя температура сезона роста, число дней с температурой более $+16^0$С), рубки ухода прогнозируются по программам рубок ухода (способу, интенсивности и повторяемости рубок), путем прогнозирования динамики строения древостоев по диаметру с помощью бета-функции.

Модели второго типа требуют меньше информации, и могут быть полезны при создании системы принятия решений и оценке альтернативных вариантов ведения лесного хозяйства. Серьезный недостаток этих моделей – отсутствие надежности в прогнозировании текущего прироста древостоев и имитации роста насаждений.

Дальнейшим развитием моделей второго типа явились модели роста леса в виде случайного стохастического процесса (T.Suruki 1971,1974; L.Peden и др. 1973; H.Bruner, J.Moser 1973). Информация собирается в виде данных периодических таксаций насаждений на стационарах. За период роста (1 год) дерево может остаться в данной ступени толщины или перейти в другое состояние: следующую ступень толщины, из растущего состояния в сухостой, отпад или вырублено. Процесс роста леса рассматривается в виде непрерывно-временной модели А.Маркова описания вероятностей перехода дерева из одного состояния в другое. T.Suruku и J.Umemura (1974) условные переходные вероятности описывают дифференциальным уравнением А.Н.Колмогорова. L.Peden и др. (1973) применили модель А.Маркова.

Это направление моделирования роста насаждений является попыткой еще глубже и точнее описать процесс роста леса. Основная цель - прогнозирование роста насаждений. Трудность в создании моделей - большой объем опытных денных и вычислительных работ на ЭВМ.

10.4 Модели третьего типа

Модели третьего типа широко используются в различных странах в виде таблиц хода роста. Современные ЭВМ позволяют разработать сложные регрессионные модели. К сожалению, ценность таких регрессионных моделей в условиях пассивного эксперимента невелика, поэтому направление идет по созданию имитационных моделей роста леса, использующих регрессионные модели связи таксационных признаков древостоев.

Модели (таблицы) роста и производительности насаждений получили широкое распространение в нашей стране. Н.Н.Свалов выполнил детальный обзор и анализ методов составления таблиц хода роста, разработал новый метод составления таблиц хода роста, содержание которого составляют: случайный отбор исходных данных, классификация насаждений по верхней высоте и производительности древостоев, моделирование уравнений полноты и производительности древостоев.

Большое преимущество регрессионных моделей - в возможности использовать массовую лесоустроительную информацию, получаемую в процессе инвентаризации лесов, в их простоте и меньшем объеме вычислений на ЭВМ.

Развивается биофизический подход к теории роста леса (Г.М. Хильми, 1955; И.А.Тересков, М.И.Терескова, 1980), решаются задачи прогнозирования древесных запасов и экологической обусловленности динамики биологических систем (И.Я.Лиепа, 1980), применения математических методов для оценки биологических закономерностей роста и продуктивности насаждений (П.В.Воропаев, 1966; В.М.Иванюта, 1969; Г.Л. Кравченко, 1972; И.В.Карманова, 1976; В.В.Кузьмичев, 1977). Особый подход применяется к моделированию хода роста разновозрастных насаждений (П.М.Верхунов, 1976; В.Ф.Лебков, 1967; И.В.Семечкин, 1967; Э.Н.Фалалеев, 1983; В.Г.Кузнецова, Д.П.Столяров, 1981). В.В.Загреев изучил общие закономерности и географические особенности роста насаждений и разработал модели или всеобщие таблицы роста основных насаждений СССР по классам бонитета.

Хотя сейчас имеются четкие различия между тремя типами моделей роста леса, со временем эти различия уменьшаются, и рассмотренные принципы моделирования будут дополнять друг друга.

Моделирование роста леса в значительной степени зависит от наличия достаточно надежной и полной лесоводственной информации. Сбор этой информации - весьма трудоемкий и дорогостоящий процесс. Однако, в противоположность распространенному мнению, огромный банк долговременных наблюдений на постоянных пробных площадях является не обязательным. Относительно малое число проб, особенно полезных для создания системы принятия решения, в сочетании с временными выборочными пробами и анализами хода роста древесных стволов могут обеспечить данными для разработки приемлемых функций роста насаждений.

11.Регрессионные модели роста деревьев и древостоев

11.1 Общая математическая модель временного ряда

Общая математическая модель временного ряда хода роста древостоев может быть в виде:

У(t)=V(t)+Ut

где V(t) -- детерминированная компонента; Ut -- случайная составляющая. Детерминированную компоненту или систематическую составляющую можно рассматривать как некоторую лесорастительную норму, выявляющуюся в исследованиях массовых процессов роста насаждений. Это - оптимальная лесорастительная норма роста по высоте, диаметру, запасу и т.д., к которой стремится древостой в данных лесорастительных условиях. Случайная составляющая Ut, подчиняющаяся некоторому вероятностному закону распределения, представляет колебания (отклонения) в росте вокруг лесорастительной нормы. Эти отклонения возникают в условиях произрастания отдельных насаждений, различий в биологической конкуренции деревьев в древостое, влиянии окружающих объектов, ошибок измерений и т.д. В принципе при повторении ситуации целиком, функция V(t) должна была бы оставаться одной и той же (при одинаковых условиях), а случайные составляющие оказались бы различными как различные реализации случайного процесса роста леса.

Существующие таблицы хода роста насаждений представляют собой модели, в которых влияние возраста древостоев проявляется только в детерминированной V(t)составляющей с той или иной степенью надежности и достоверности. Это - классическая ситуация регрессионных моделей, где предполагается, что течение времени никак не отражается на случайной составляющей, т.е. предполагается, что математическое ожидание (среднее значение) случайной составляющей тождественно равно нулю, дисперсия равна некоторой постоянной величине, а значения Ut в различные моменты времени некоррелированы. Такое определение приводит к тому, что всякую зависимость от времени приходится включать в систематическую составляющую V(t). Регрессия (линейная или криволинейная) обычно может быть использована для аналитического выравнивания опытных данных, однако использовать ее для экстраполяции или прогноза роста древостоев следует весьма осторожно, так как вопрос о качестве приближения систематической составляющей данной регрессией не может быть решен исходя лишь из значений, полученных в результате наблюдений. Наконец, мы проводим исследования в условиях, так называемого, пассивного эксперимента, где эксперимент ведет природа (древостой растет под влиянием факторов окружающей среды) с учетом хозяйственной деятельности человека. Это обстоятельство объясняет одну из причин низкой работоспособности регрессионных моделей, полученных в условиях пассивного эксперимента при сильной корреляции входных переменных и искажениях в оценках коэффициентов регрессии.

Для математического описания детерминированной составляющей или тренда временного ряда роста древостоев V(t)применяются различные функции (К.Е.Никитин 1963, Л.Странд 1964, М.Продан 1968, Н.Н.Свалов 1974, Я.А.Юдицкий 1982). Это -- параболы 2-3 порядков, уравнения типа Корсуня, модель логарифмического типа Бакмана и т.д.. М.Продан (1965) и Е.Ассман (1970) указывает два основных признака кривых роста деревьев и древостоев:

1) кривые роста являются асимптотическими, т.е. при неограниченном увеличении возраста кривые имеют асимптоту -- прямую параллельную оси абсцисс;

2) текущий прирост кривой роста возрастает и достигает максимума в точке перегиба кривой, а затем уменьшается и медленно падает до нуля, т.е. до полного распада кривой. Максимум прироста варьирует от древесной породы и условий произрастания. Если эти принципы процесса роста насаждений удовлетворяются математической моделью, то такая модель вполне подходит для моделирования производительности древостоев.

Число функций роста, предложенных в разное время исследователями, несколько сотен и увеличивается с каждым годом. Анализ значительного их количества проведен В.Пешелем (Peshel, 1938), а техника расчетов параметров дана в работе М.Продана (, 1961). Все формулы Пешелем разделены на две группы: 1) полученные путем формально-математических построений; 2) сконструированные на основе энергетических представлений. После анализа уравнений первой группы Пешель пришел к заключению, что хорошие результаты достигаются применением формулы Леваковича (Lewacowic, 1935): $У=a/(1+в/x)c$

Отмечает он также формулу Корсуня (Korsun, 1935) : $Y=ae^{blnx}+c^{ln2x}$

Во второй группе Пешель выделил функцию Хугерсхофа (Hugershoft, 1936): $Y=ax^2l\text{-}cx$

В 1878 г.Коллер предложил формулу выравнивания хода роста древостоев по высоте: $У=ax^{в}e^{-cx}$. Японский лесовод Теразани в 1915г. предложил простую S - образную функцию роста: $У=ae^{-в/x}$. В.Корф (Korf, 1939) использовал для описания хода роста деревьев уравнение: $У=Al^{k}/(1-n)x^{n-1}$ И. Шимек (Shimek, 1967) при исследовании хода роста древостоев рекомендует более сложную функцию роста: t□L

Ў□р Н.Н.Свалов произвел оценку ряда функций, применяющихся для моделирования хода роста древостоев по высоте /41/:

Коллер (1878) $У=ах^{в}е^{-сх}$ (3.2)

Вебер (1891) $У=У_{m}(1-1/1.0р^{с})$ (3.3)

Теразани (1907) $У=ае^{-в/х}$ (3.4)

Митчерлих (1919) $У=У_{m}(1-е^{-сх})$ (3.5)

Герхардт (1923) $У=ах+в$ (3.6)

Тишендфор (1925) $У=(У_{m}-У_{0})(1-е^{-сх})$ (3.7)

Бакман (1925) $lgУ= a+blgx+clg^{2}x$ (3.8)

Корсунь (1935) $Y=x^{2}/(a+bx+cx^{2})$ (3.9)

Левакович (1936) $Y=a(xd/(b+xd))$ (3.10)

Дракин и Вуевский (1940) $Y=a(1-e^{-kx})^{m}$(3.11)

Никитин (1963) $Y=a+bx+cx^{2}+dx^{3}$ (3.12)

Странд (1964) $Y=(a/(a+bx))^{2}$ (3.13)

Хагглюнг (1974) $Y-Y_{0}=Y_{m}(1-e^{-kx})^{1-m}$(3.14)

Функция (3.3) положительно оценена в ряде работ (Садовничий П.Ф., 1965; Mixailiv ,1966), в которых отмечалось, что при тщательном отборе коэффициентов Р и С она дает хорошее приближение к опытным данным. Однако функция не выражает роста в течение всего периода. Она имеет один изгиб, тогда как фактически их два. Подбор параметров субъективен.

Функция (3.4) как прямая линейная зависимость между логарифмом признака и обратной величиной возраста древостоя, неудовлетворительно аппроксимирует ход роста по высоте в начальном периоде и в старшем возрасте. Функции (3.5) и (3.6) имеют те же недостатки, что и функция (3.3). Функция (3.6) не дает удовлетворительной аппроксимации не только в начальном возрасте, но и до значения высоты 14 м.

Функции (3.2), (3.10), (3.13) соответствует общему закону роста, однако уступают функциям (3.8), (3.9), (3.11) по точности и удобствам применения.

Для построения математических моделей роста ограниченного периода, не включающего начало роста, полиномы вида (3.12) нашли широкое применение. Н.Н.Свалов проверил функции (3.8), (3.9) и (3.11) для сосновых древостоев двух отдельных рядов производительности в возрастном диапазоне 20-140 лет, установил, что меньшей стандартной ошибкой характеризуется функция Корсуня.

11.2 Гибкая теория роста насаждений

В настоящее время исследователи роста и производительности древостоев стремятся разработать гибкую теорию роста насаждений. Это означает переход от чисто эмпирического и индуктивного подхода к дедуктивному методу исследования. В эмпирических уравнениях значения коэффициентов используются для оценки факторов, влияющих на рост леса, но они не имеют биологического смысла.

Ход роста деревьев и древостоев представляет аналогичный процесс. Он выражается S-образной кривой роста. В первый начальный период роста кривая медленно возрастает, затем идет второй период интенсивного роста до максимума прироста. Достигнув какой-то максимальной величины, прирост снижается, но кривая роста возрастает. Наконец прирост падает до нуля, рост прекращается и кривая роста приближается к асимптоте, параллельной оси Х-ов (возрасту). Интенсивность роста и S-образность кривой зависит от биологических особенностей древесной породы, лесорастительных условий роста.

Кривые роста быстрорастущих пород (осина, береза) имеют слабовыраженную S-образность в молодом возрасте, медленнорастущие (ель, дуб) характеризуется ясной S- образностью. Большинство математических моделей, применяемых для описания биомассы единичного растения и в культурах, основаны на функциях роста /27/. Наиболее простой формой роста является " чистый", так называемый экспоненциальный рост, с постоянной относительной скоростью К. Размеры растения определяются по формуле:

$W_t=W_0e^{kt}$(3.15)

где t- время роста от начала наблюдения, когда размеры (масса, например) особи была W_0; е- основание натуральных логарифмов. Прологарифмировав это выражение, имеем линейную форму: $\ln W_t=\ln W_0+kt$. Впервые математический принцип экспоненциального роста сформулировал Г. Блекман. Он указал, что рост по экспоненте происходит по правилу сложных процентов. Экспоненциальный закон роста не может продолжаться бесконечно, так как это должно привести к размерам гигантов-растений. Экспоненциальный рост наблюдается для текущего прироста в начальный период роста деревьев; экспонентой выражается зависимость объемов деревьев от их диаметров. В биологической литературе, посвященной изучению относительного роста растений и животных часто встречается степенная функция роста: , получившая название формулы простой аллометрии /30/. Само понятие "аллометрия" означает неравномерный рост. Оказалось, что соответствие размеров особей данного вида в фиксированном возрасте удовлетворительно описывается степенной функцией роста. В 50-х годах японскими исследователями (Shinozaki, Kira, 1956) были предложены обобщенные ростовые функции. П. Берталанфи (Von Bertalanffi , 1938) сформулировал научную гипотезу, согласно которой прирост (интенсивность роста) по объему организма (dv/dt) выражается разностью между анаболическим и катаболическим темпами роста:

$dv/dt=zv^{2/3}-qv$ (3.16)

где z,q - параметры; V- объем биомассы. Анаболический темп роста пропорционален площади поверхности организма, катаболический - объему биомассы. Аллометрическая константа (2/3) характеризует особенности вида растения и окружающей среды, т.е. отражает измерительные связи между размерами растения. Интегрируя дифференциальное уравнение (3.16), получим обобщенную функцию роста П. Берталанффи /64/:

$V_t=A[1-t^{-k(t-t_0)}]^{1/(1-2/3)}$ (3.17)

где А - асимптота по объёму : $A^{1-2/3}= z/q$; $K=q(1-2/3)$; t_0- начало роста.

11.3 Обобщенная функция Ричардса-Уэпмэна

F.RICHARDS (1959),изучая рост растений и CHAPTAN (1961) - рост рыб , пришли к выводу , что аллометрическая константа ограничивает область применения функции роста и предложили параметр (m). Отсюда появилась обобщённая функция роста Ричарда-Уэпмена , которая широко используется в биометрии , в том числе при моделировании роста леса /64,65,66/:

$W=A[1-be^{-kt}]^{1/(1-m)}$ (3.18)

где W - значение таксационного признака во время t ; A - максимальное значение признака ; b, k, m - параметры роста. Кривая роста определяется параметрами роста : 1) Параметр роста A, представляющий предельное значение таксационного признака, когда неограниченно увеличивается, т.е. древостой прекращает прирост и отмирает . Точка перегиба прямой определяется : $W=Am^{1/(1-m)}$

Кривая роста является асимптотической к горизонтальной асимптоте , т.е. прямой W=A (рис.3.2). Из этого следует , что если A=const ,то четвёртый параметр (m) является основным , характеризующим расположение точки перегиба на кривой роста .

2) Параметр роста b с биологической точки зрения не имеет большого значения, т. е. определяет только выбор начала отсчёта . Для кривых бонитировочных шкал параметр (b) всегда должен быть равен 1,0 (теоретически) , т.к. все эти кривые проходят через начало координат (H=0 , T=0).Если начало отсчёта времени (возраста) принято в возрасте посадки леса, то кривые роста не проходят через начало координат.

3) Параметр роста (k) выражает скорость роста, при которой значение переменной следует от линейной функции W.

Функция роста Ричардса (3.18) выражается кривыми разной формы в зависимости от параметров A,K,m. При m=0, она приобретает мономолекулярный вид:

$W=A(1-be^{-kt})$ (3.20)

Эта функция роста растений создана как аналог химической реакции, где А - количество исходной субстанции, - W- количество вещества, которое исчезает через время t. При характеристике биологических объектов А-предельная величина особи, W-размеры растения во время t. Скорость роста характеризуется величиной dw/dt=K(A-W) ,т.е. мономолекулярная функция не имеет точки перегиба, прирост уменьшается линейно с увеличением.

Эта модель показывает хорошее совпадение с экспериментальными данными при характеристике заключительных этапов роста, когда снижается абсолютная скорость роста растений.

11.4 Мономолекулярная и логистическая функии

Мономолекулярная функция относится к типу кривых с ограниченным ростом и известна как закон Э.А.Митчерлиха (1957), выражающий зависимость между урожаем и факторами среды, определяющий рост растений:

$dy/dx=c(A-Y)$ (3.21)

где Y -урожай: А -константа, обозначающая предельный урожай, к которому стремится (Y) при x стремящемуся к бесконечности и постоянстве остальных факторов; X -уровень испытываемого фактора. Исследуя динамику численности естественных популяций, ученые установили, что в ограниченном жизненном пространстве рост живой массы на единицу объема или площади совершается по закону логистической функции роста. Математически она выражается уравнением Верхюлста (Verhulst, 1843):

$Y=c+(A/(1+10^{a+bt}))$ (3.22)

где - численность популяции или объем живой массы; t - время с начала роста; С и А - начальная и предельная численности популяции; а и в - параметры уравнения. Г.В. Робертсон предложил по аналогии с автоматической химичtской реакцией, описываемой сигмоидными кривыми, автокаталитическую или логистическую функцию роста в виде:

$W=A/(1-be^{-kt})$ (3.23)

Отложив W в зависимости от времени, получим S -образную кривую роста, которая является асимптотической при W=A/2 (рис. 3.1). Эта точка делит кривую на две ветви, идентичные по форме, но ориентированные в разных направлениях. Автокаталитическая функция получается из обобщенной функции Ричардса (3.18) при параметре m=2. Эта кривая является симметричной по отношению к точке перегиба; ее относительная скорость роста уменьшается линейно с увеличением W:

$dw/dt=K(A-W)/A$ (3.24)

Если опытная кривая роста приближается к S-образной кривой, эта ростовая функция дает хорошее приближение к эмпирическим данным, независимо от исходных предпосылок.

11.5 Обобщенная функция роста леса

Белорусские исследователи В.Н.Дракин и Д.И.Вуевский разработали функцию роста, отражающую -образную закономерность хода роста древостоев по высоте /21/. В основе ее создания авторы предложили научную гипотезу: скорость роста насаждения по высоте, начиная от нуля, возрастает до некоторого максимума, после чего стремится к нулю при неограниченном увеличении возраста. Функция Дракина-Вуевского имеет вид:

$$W=A(1-e^{-kt})^m \qquad (3.28)$$

Практически белорусские ученые В.Н.Дракин и Д.И.Вуевский еще в 1940 году, т.е. задолго до Ричардса (1959) и Уэмпмена (1961), разработали обобщенную функцию роста при параметре в=0, когда кривые роста проходят через начало координат. Из формулы (3.28) видно, что при в=0, W=0, т.е. соблюдается условие, которое необходимо для характеристики хода роста древостоя по высоте, диаметру, суммам площадей сечения и другим таксационным показателям. Положительным свойством этой функции является то, что при m>1 она имеет точку перегиба и кривая имеет S-образный вид. При m<1 или m=1 точка перегиба отсутствует, и кривая обращена выпуклостью вверх. Отсюда функция Дракина-Вуевского применима для математического описания хода роста как быстрорастущих, так и медленнорастущих древесных пород. В биологии абсолютная скорость роста равна:

$$AGR=(Wt-Wo)/\Delta t \qquad (3.29)$$

где Wo,Wt -соответственно все особи в начале и в конце периода роста.

Относительная скорость роста характеризует относительную скорость аккумуляции сухого вещества в единицу времени:

$$RGR=(lnWt-lnWo)/(t-t_0) \qquad (3.30)$$

Из формулы (3.30) получаем: lnWt=lnWo+RGR(t-t0)7 Осюда5

$Wt=Wo*txp[RGR(t-t_0)]$, т.е. вес особи растет по экспоненте. Величина RGR характеризуется углом наклона кривой ln W, соединяющей две точки A и B соответственно ln W0 и ln Wt. Если же по оси ординат откладывать не ln W, а саму фитомассу, то тангенс угла наклона равен абсолютной скорости роста. Естественно, чем меньше угол наклона, тем ниже скорость роста. Характер этой кривой является важным показателем жизненности растения /27/. Фбсолютная скорость роста (формула 3.29) соответствует абсолютному текущему среднепериодическому приросту дерева или древостоя по определенному такса ционному показателю. Абсолютный текущий прирост по объему древесного ствола равен:

$$\overline{Z}_V^n = \frac{V_a - V_{a-n}}{n} \quad (3.31)$$

где Va и Va-n - объем ствола в текущий момент и "n" лет назад. Наглядное представление о специфике каждой функции роста дает изменение абсолютной и относительной скоростей роста. При экспоненциальном росте (3.15) относительная скорость роста постоянна (RGR=K), а абсолютная скорость роста пропорциональна весу особи W (AGR=KW), т.е. растет с увеличением веса особи. При мономолекулярном росте (3.20) RGR=K(A/W-1).В начале роста значение весьма малое, поэтому относительная скорость роста здесь пропорциональна отношению предельной фитомассы к ее текущему весу: RGR примерно равно KA/W. На конечных стадиях роста вес особи приближается к A, т.е. относительная скорость роста относительна. Абсолютная скорость роста AGR=k(A-W) вначале постоянна и пропорциональна предельной величине A, а на конечных стадиях AGR мала, поскольку вес особи приближается к предельному.

Относительная скорость роста растения при модели логической функции представлена по формуле (3.24). В начале роста, когда W близко к нулю, RGR~K, т.е. рост на определенном отрезке времени происходит с постоянной скоростью. В конце роста, когда разница между A и W мала, относительная скорость роста стремится к нулю. Абсолютная скорость роста AGR=kW(AW)/A. В начале роста AGR~ kW, в конце AGR стремиться к нулю. Для обобщенной кривой роста Ричардса (3.18) относительная скорость роста:

$AGR=kW[(A/W)^{1-m}]/(1-m)$

В общем случае абсолютная скорость роста растений для семейства кривых функции Ричардса равна:

$AGR=hW[(A/W)^{1-m}-1]/(1-m)$ (3.32)

Относительная скорость роста вычисляется по формуле:

$RGR=k[(A/W)^{1-m}]/(1-m)$ (3.33)

Численные расчеты функций роста весьма трудоемки, поэтому ряд авторов дает приближенные оценки кривых роста по эксперементальным данным (Hotelling, 1927; Wilson6 1933; О.А.Труль, 1966).

Обобщенная функция роста Ричарлса находит широкое применение в моделировании роста и производительности древостоев. A.Kawat и F.Franz детально исследовали функцию Ричарлса для математического описания роста насаждений 10 основных древесных пород ФРГ и Индии и пришли к выводу, что эта асимптотическая нелинейная регрессия хороше подходит для моделирования и построения системы кривых роста насаждений /65/. Для создания системы полиморфных кривых роста древостоев четыре параметра отдельных кривых роста (А,в,к,m), предварительно оцененных по опытным наблюдениям, выравниваются в зависимости от класса бонитета с использованием полинома:

$$Y=b_0+b_1H100+b_2(H100)^2+b_3(H100)^3+b_4(H100)^4 \qquad (3.36)$$

где Y -зависимая переменная (праметр функции Ричардса); H100 -индекс класса бонитета. В результате получают системы кривых роста и производительности древостоев.

Функцию роста Ричардса можно аппроксимировать к трем кривым роста по высоте и по абсолютной скорости роста (прироста) для трех классов бонитета. Функция абсолютной скорости роста показывает динамику текущего прироста древостоев, его кульминацию для различных условий произрастания. L.Pienadr и K.Turnbull (1973) применили обобщенную функцию роста Ричардса для оценки роста и производительности одновозрастных древостоев различной первоначальной густоты от 50 до 1200 деревьев на 1 га /64/. По данным перечислительной таксации древостоев на стационарах были вычислены параметры функций роста по сумме площадей сечения. Параметр (m) уменьшается для густых древостоев, а параметр (к) уменьшается для редких насаждений. Древостои очень редкие и максимально густые имеют не только подобную форму кривых, но и одинаковую асимптотическую производительность. Если принять общие значения параметров (А,m) для отдельных пород и условий местопроизрастания, то для отдельных насаждений по экспериментальных данным необходимо оценивать только параметр (к) кривых роста, как показатель скорости роста. Оценки параметров (А,m) для древесных пород по условиям местопроизрастания можно получить по местным таблицам хода роста древостоев. Для большего ранга режимов рубок ухода текущий прирост по запасу в древостоях, пройденных рубками ухода и без ухода, является одинаковым при равных возрастах и суммах площадей сечения. Результаты исследования подтвердили гипотезу: общая производительность древостоев определенной древесной породы в одних и тех же условиях местопроизрастания является равной в широком ранге первоначальной густоты и не может быть увеличена системой рубок ухода.

Проблема времени является центральной в научном прогнозировании биологических явлений. Обязательное требование к любому биологическому процессу - это определение временных интервалов предсказываемого явления или состояния системы.

Конструктивный подход к изучению проблемы биологического времени разработан Гастоном Бакманом, опубликовавшим в 1925 году первую работу такого направления в трудах Латвийского университета.

Проанализировав известные функции роста организмов (Фюрхюльста, Гопметца, Бестиена, Хеслина и др.), Г.Бакман выявляет их недостаточную адекватность. S-образная кривая, которой обычно аппроксимировали рост организмов, не отражает характерную особенность их роста, а именно ту особенность, что период снижения скорости роста обычно более длителен, чем период ее возрастания. Поэтому половину своих конечных размеров организм достигает после наступления максимума роста. Это явление он объясняет логарифмическим характером биологического времени, т.е. биологическое время рассматривается как логарифмическая функция физического. Основой функции Бакмана Г. есть постулат о том, что логарифм скорости роста пропорционален квадрату логарифма времени. Отсюда выводится функция роста:

$$lgY=b_0+b_1lgA+b_2lg^2A$$

Мауринь А.М. выполнил детальные исследования функции роста Г.Бакмана, определив время максимальной скорости роста, продолжительности жизни, точки перегиба и другие особенности функции.

При выборе подходящих функций роста для математического описания хода роста и производительности древостоев, следует исходить из точности исходных данных, их объема и времени обработки, требуемой точности конечных результатов, практического применения.

12. Множественные регрессионные модели

12. 1 Основные типы регрессионных моделей

В моделировании хода роста насаждений и разработке имитационных моделей строения и производительности древостоев широко используются множественные регрессионные модели.

Математическое описание функций системы (биогеоценоза, насаждения и т.д.) в целом и функций связи отдельных элементов системы можно выполнить в виде обобщенного дискретного полинома Калмогорова-Габора

$Y=b_0+\Sigma b_n x_n+\Sigma\,\Sigma b_{n1n2}x_{n1}x_{n2}+\ldots+\Sigma b_{n1}x_{n1}^m$

При двух факторах(x_1x_2) линейная модель первой степени имеет вид

$Y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_1x_2$

где b_0, b_1, b_2, b_3 -коэффициенты регрессии.

Линейная модель второй степени имеет уже 11 членов

$Y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_1x_2+b_4x_1^2b_5x_2^2+b_6x_1^2x_2^2+b^7x_1x_2+b_8x_1^2x_2^2+b_9x_1x_1^2x_2^2+b_{11}x_2\,x_1^2x_2^2$

Количество членов уравнения быстро растет с увеличением числа аргументов. Так модель второй степени при 4 факторах включает 70 членов. Объем наблюдений возрастает также с увеличением числа переменных, так как число должно быть в 5-7 раз больше числа факторов. при разработке модели второй степени необходимо провести эксперимент объемом 50-70 наблюдений. Для формального решения задачи объем наблюдений с ростом числа аргументов становится практически не обозрим.

В уравнении второй степени можно выделить три качественно отличные части:

1) линейную – с коэффициентом при аргументах в степени единица;

2) нелинейную - с коэффициентами при аргументах в степени m>1 (и);

3) неаддитивную - с коэффициентами при произведениях аргументов по два, три и более (и т.д.).

Практика применения регрессионнгого анализа показывает, что нет необходимости рассматривать в уравнениях слишком высокие степени и произведения многих аргументов. На линейную часть уравнения часто приходится наибольшая информация (70-90%), а вклад нелинейной и неаддитивной частей сравнительно невелик. Следовательно, сначала необходимо описать объект системой множественных линейных регрессионных моделей, а затем оценить, насколько цлучшается аппроксимация функции, если дополнительно вводятся в уравнение нелинейные и неаддитивные члены.

Линейные и нелинейные регрессионные уравнения, применяемые в моделировании хода роста древостоев, можно представить в виде трех типов:

1) линейная регрессия по X и коэффициентами а,в, , т.е. Y=а+вх;

2) нелинейное уравнение по X и линейное по коэффициентам a,в,c,d, т.е. уравнение $Y=a+bx+cx^2+dx^3$;
3) нелинейная модель как по x, так и по коэффициентам a,в,c,d, т.е.

$$Y = ax_1^b + cx_2^{dx^3}$$

Нелинейные модели, которые можно привести к линейному виду называются внутренне линейными. Путем преобразования и замены переменных внутренне линейные модели приводятся к линейной множественной регрессии вида:

$$Y= b_0+b_1x_1+b_2x_2+\ldots+b_nx_n \qquad (3.44)$$

Линейные модели второй и более высоких степеней типа (3.43) также приводятся к линейному виду путем замены переменных.

Линеаризация нелинейных по параметрам зависимостей может привести к резко искаженным величинам дисперсий и оценок параметров регрессионной модели. С другой стороны, задача оценивания параметров нелинейным регрессионным анализом может быть сложной и иногда вообще нерешаемой. Поэтому следует особое внимание обратить на статистические предпосылки и методические аспекты регрессионного анализа.

12.2 Регрессионный анализ: предпосылки и методические аспекты

Статистические методы отбора переменных в регрессионном анализе обычно противоположны по характеру критерия выбора "наилучшего" уравнения /23/: 1) стремление включить в модель по возможности больше факторов, чтобы можно было бы более надежно определить прогнозируемые величины; 2) из-за затрат, связанных с получением данных при большом числе независимых переменных, мы должны стремиться к тому, чтобы уравнение было простое и включало как можно меньше переменных. Нет однозначного статистического метода для выполнения этого выбора, субъективные суждения являются составной частью любого метода. Одним из наиболее эффективных методов является шаговый регрессионный анализ, который широко применяется в технических исследованиях. При этом методе производится автоматический отбор переменных с помощью вычислительной техники на основе оценки значимости коэффициентов и параметров регрессии. В лесохозяйственных исследованиях мы имеем дело с "пассивным" эксперементом, многие независимые переменные значительно варьируют и сильно коррелированы. Это может привести к смещению в оценках коэффициентов регрессии так, что регрессионная модель потеряет всякий смысл.

Классический регрессионный анализ предполагает ряд постулатов в основном статистическом анализе. Эти постулаты гласят, что регрессия представляет собой линейную комбинацию некоторых линейно независимых базисных функций от факторов с неизвестными коэффициентами (параметрами). Факторы (X1, X2 и т.д.) должны быть детерминированными и измерены точно. В отношении зависимых переменных (Y) считается, что это равноточные (с одинаковой дисперсией) некоррелированные случайные величины, имеющие нормальное распределение. Такие предпосылки регрессионного анализа позволяют получить несмещенные и эффективные оценки коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов и осуществить проверки основных статистических гипотез относительно уравнения.

В дальнейшем появился целый набор методов и процедур для анализа или замены некоторых предпосылок классического регрессионного анализа. Так, если зависимые переменные не равноточны и коррелированы, то для оценки коэффициентов регрессии применяют взвешенный метод наименьших квадратов. Мощным средством обнаружения некоторых отклонений от исходных предпосылок регрессионного анализа является анализ остатков от регрессии /6,22,23/.

Мультиколлинеарность или коррелируемость независимых переменных считается сильной, если коэффициент парной корреляции независимых переменных больше коэффициента множественной корреляции. При этом оценки коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов становится настолько неудовлетворительным, что даже знаки перед ними часто не соответствуют истинным. Эффективными оценками при сильной мультиколлинеарности являются гребневые или ранидж-оценки коэффициентов регрессии.

12.3 Основные критерии и показатели

В соответствии с общими предпосылками регрессионного анализа при моделировании хода роста древостоев приняты следующие основные постулаты: 1) регрессионная модель должна объяснять не менее 90% вариации зависимой переменной (коэффициент детерминации $R>0,90$); 2) достоверность регрессии оценивается по F-критерию Фишера; 3) коэффициенты регрессии должны быть значимы по t-критерию Стьюдента на 5% уровне значимости; 4) измерения (оценки) зависимых переменных равноточны и некоррелированы; 5) мультиколлинеарность независимых переменных (факторов) незначительная; 6) регрессионная модель отличается относительной ошибкой - менее 10% среднего значения предсказываемой зависимой переменной; 7) остатки от регрессии должны быть без заметной автокорреляции, нормально распределены и без систематической составляющей.

Регрессионный анализ тесно связан с дисперсионным анализом. Коэффициент детерминации или квадрат коэффициента множественной корреляции равен. Коэффициент детерминации определяет вариацию зависимой переменной (высот, диаметров, запасов древостоев) относительно среднего уровня (тренда) линии регрессии хода роста древостоев, т.е. изменения их высот, диаметров, запасов с возрастом. Практически аппроксимацией полинома высокой степени можно достигнуть R^2=1, что вовсе не подтверждает адекватность модели реальному процессу.

Критерий Фишера (F -критерий) используется как общий критерий оценки достоверности регрессии с определенным уровнем вероятности. Особое внимание следует уделить исследованию остатков. Остатки есть разность между фактическими наблюдениями и значениями зависимой переменной величины, предсказанными по регрессионному уравнению. В общей математической модели временного ряда хода роста древостоев остатки представляют собой случайную составляющую (Ut). Если регрессионная модель признана правильной, то остатки от регрессии представляют собой ошибки измерений. При проведении регрессионного анализа мы делаем некоторые предположения в признании ошибок независимыми, имеющими нулевое среднее, одинаковую (постоянную) дисперсию и подчиняющимися нормальному распределению. Последнее предположение необходимо для применения F-критерия Фишера.

Неудовлетворительное распределение остатков может обусловливаться рядом причин:1) дисперсия остатков не постоянна, а растет со временем, поэтому надо применить взвешенный метод наименьших квадратов; 2) остатки имеют положительную систематическую составляющую и модель завышает результаты; 3) в модель следует включить линейный и квадратичный члены от времени; 4) регрессия характеризуется отрицательной систематической составляющей. Если дисперсия остатков не постоянная, распределение остатков отличается от нормального, то следует ввести дополнительные члены уравнения или произвести преобразования наблюдений до регрессионного анализа.

В регрессионном анализе, когда по (n) наблюдениям оцениваются (p) параметров (коэффициентов) регрессионной модели (n) остатков связаны лишь с (n-p) степенями свободы. Следовательно, остатки не могут быть независимыми, и между ними существует корреляция.

Регрессионный анализ, проверка адекватности регрессионной модели, исследование остатков от регрессии возможно при достаточном числе наблюдений. При малом числе наблюдений трудно, а иногда невозможно оценить лучшее уравнение регрессии.

Множественный регрессионный анализ связи диаметров и высот деревьев выполняется по данным перечислительной таксации. Опытные данные представлены в виде материалов таксации. Путем аналитического анализа моделей связи диаметров и высот деревьев в древостое отбираются уравнения параболического, логарифмического и экспоненциального типов с преобразованием и без преобразования зависимой переменной. Наиболее часто исследуются следующие уравнения связи: Параболического типа.

Уравнения параболического типа характеризуются автокорреляцией в остатках, распределение которых значительно отличается от нормального. Параболы второго и третьего порядка являются наиболее подходящими для интерполяции связи диаметров и высот деревьев. Уравнения логарифмического типа дают систематическое занижение в оценке высот деревьев и лучше подходят для определения высот тонкомерных стволов. Преобразование зависимой переменной (lg H) приводит к нормальному распределению остатков. Проведение исследования моделей связи показывают, что реальные выборочные данные таксации диаметров и высот деревьев часто не соответствуют предпосылкам метода наименьших квадратов и регрессионного анализа. Это затрудняет проведение регрессионного анализа и построение моделей связи; усложняется процесс выделения наиболее существенных факторов, искажаются оценки и смысл коэффициентов регрессии при попытке их лесоводственной интерпретации, возникают осложнения вычислительного характера.

Необходимо так же отметить, что для аналитического описания связи диаметров и высот деревьев нецелесообразно использовать многочлены высокой степени или другие уравнения, содержащие большое число параметров, так как полученные модели связи (особенно при малом числе наблюдений) будут отражать случайные колебания, а не основную тенденцию развития явления.

12.4 Структурные модели

3.4. Структурные модели . Регрессионные модели, построенные на базе полиномов, носят, как правило формальный характер. Их используют для описания изучаемых объектов, относительно которых нет достаточно четких количественных представлений о закономерности динамики процесса. Исследователей чаще интересуют содержательные, физические модели, отражающие механизм, сущность явлений. Методы регрессионного анализа позволяют вскрыть зависимости не поддающиеся непосредственному измерению, однако они не объясняют внутреннюю структуру отношений между компонентами биогеоценоза. При разработке множественной регрессии предполагается отсутствие теории о структуре изучаемого объекта /43/. Исследователь выделяет зависимые и независимые переменные, указывает возможный вид зависимости, т.е. констатирует наличие количественной зависимости результативного признака от факторов. Очень часто кроме информации о входах и выходах системы, исследователь имеет априорную информацию о логически обоснованной цепи связей между входными переменными, т.е. о внутренней структуре объекта. Для математического описания и анализа внутренней структуры отношений между компонентами биогеоценоза и его количественными признаками разрабатывают структурные модели. Структурная модель включает систему уравнений, описывающих все связи между переменными. Для разработки структурной модели биогеоценоза необходимо выполнить системный анализ и построить логическую основу модели. При этом удобно воспользоваться матрицами и диаграммами. Понятие "система" главным образом есть описание системы как единое целое и связей между частями (элементами) системы, а не описание свойств этих элементов.

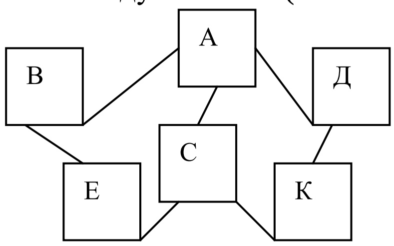


Рис. 3.6. Представление системы в виде диаграммы (графа) и матрицы

Представление системы в виде диаграммы или графа (рис. 3.6) показывает, что определенные элементы являются предшествующими, другие результативными. Матрица полезна при описании больших систем. Она позволяет выполнить алгебраический анализ системы (сложение и умножение матриц).

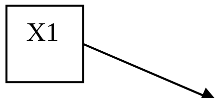
Вершины графа обозначают соответствующую переменную, а стрелки указывают направления связей между переменными. Односторонние связи - одна стрелка, двухсторонние связи - стрелки в двух направлениях, т.е. трудно выделить предшествующую и результирующие переменные.

При построении системы структурных уравнений различают: 1) эндогенные переменные, значения которых определяются в результате одновременного взаимодействия соотношений и модели; 2) экзогенные переменные, значения которых определяются вне модели.

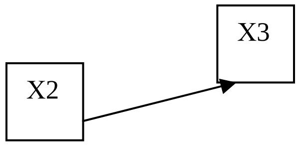
Система структурных уравнений должна содержать столько уравнений, сколько имеется эндогенных переменных, однако число экзогенных переменных может быть больше или меньше числа эндогенных переменных /43/.

P.Riihinen разделил структурные модели, применяемые в эконометрии, на следующие категории: 1) модель в виде одного уравнения; 2) модель в виде системы уравнений (рекурсивные и одновременные). P.Kilkki выполнил анализ пременения этих моделей в лесной таксации для математического описания лесного биогеоценоза и разработки унифицированной системы информации.

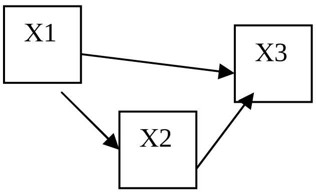
В модели, где имеется только одна результирующая переменная (X3), которая является зависимой от двух независимых переменных (X1,X2). Ошибку можно также



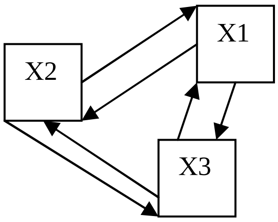
отнести к независимой переменной. Специальный класс таких моделей - модель в виде одного уравнения.



В рекурсивной модели одна переменная может быть зависимой переменной в одном уравнении и независимой в другом, однако, связи всегда однако связи всегда односторонние. Одна и та же переменная не может быть одновременно предшествующей и результативной к другой переменной. Однако связи всегда односторонние. Одна и та же переменная не может быть одновременно предшествующей и результативной к другой переменной.



В одновременной (совместной) модели одна переменная может быть предшествующей и результативной к другой переменной. Такие переменные являются эндогенными.



Переменные, которые не являются исходными (предшествующими) в одновременной модели называются экзогенными переменными. Значения экзогенных переменных получают вне модели, эндогенные переменные определяются в результате взаимодействия соотношений модели.

Структурная модель может рассматриваться как причинная модель, если моделируемые связи вскрывают сущность явления, и не противоречат его теоретическому объяснению. Для оценивания параметров структурных моделей применяются специальные методы: косвенный метод наименьших квадратов, двух и трех шаговый методы наименьших квадратов и др. Американский биолог S.Wrigh в 1934 году предложил метод путевого анализа для исследования причинных связей в структурных моделях. В отличие от корреляционного и регрессионного анализов путевой анализ позволяет выявить не только тесноту связи между различными признаками, но и проанализировать взаимоотношения между признаками, объединенными в определенную систему.

13. Биофизическая теория леса и процессы роста насаждений

13.1 Биофизическая теория леса

Рост и развитие лесного насаждения зависят от его генетических и физиологических характеристик, экологических условий существования. Наиболее значительный фактор, определяющий рост растений, - это питание как источник минеральных и органических соединений, необходимых организму, и как энергетическая основа его жизнедеятельности.

Источником энергии для всех видов растений является физиологически активная радиация солнечного излучения (ФАР). Фотосинтез представляет собой универсальный способ усвоения радиации. Количество усвоенной растениями энергии измеряется по запасу органического вещества в ценозе.

Существует много различных эмпирических и феноменологических подходов к характеристике лесных насаждений. Но в то же время существует и более общий биофизический подход, связанный с энергетикой роста биологических объектов. В СССР такое направление развивают Г.Г.Винберг (1966,1975) и его последователи. В отношении лесных насаждений энергетический подход к теории роста применен Г.Ф.Хильми . Исследование роста лесных фитоценозов в зависимости от поступающей и усваиваемой энергии ФАР весьма перспективно в отношении оценки динамики запаса насаждений, анализа процесса естественного изреживания, зависимости их роста от температуры, влажности, структуры и состава почвы и других параметров внешней среды.

Для характеристики роста надземной биомассы насаждения можно использовать систему единиц: длина (L), время (T), энергия (E). Введем обозначения: (V) общая производительность насаждения или объем надземной биомассы, произведенной на единице площади

[V]= L1/ L2= L;

$Л_0$ - физиологически активная радиация (ФАР), падающая на единицу площади в единицу времени

$[Л_0]=EL^{-2}T$-1

Л- эффективная доля ФАР, т.е. часть от полной радиации, пошедшая на прирост биомассы; Е- количество энергии, сосредоточенной в единице объема органической массы древостоя; Т- число лет активного роста биомассы.

Г.Ф.Хильми (1957) выдвинул основную гипотезу в том, что скорость изменения запаса есть функция потока свободной энергии насаждения и нормы энергии, расходуемой насаждением при увеличении его запаса на единицу:

Вторая гипотеза состоит в том, что для каждого вида древесных растений параметры свободной энергии и нормы расходуемой энергии имеют не зависящее от возраста насаждения значение (постоянное в динамике), хотя и разное для разных видов.

Пусть запас насаждения возрастает от значения в момент времени до значения в момент . Тогда получим окончательную формулу для математического описания динамики запаса насаждения:

$$V=A-(A-Vo)e^{-b(t-to)} \qquad (4.7)$$

Параметры А и В можно оценить по таблицам хода роста насаждений /46/. Г.Ф.Хильми выполнил расчеты параметров А и В по данным всеобщих таблиц хода роста сосновых, еловых и дубовых насаждений, составленных А.В.Тюриным. Значения параметра А для сосны изменялось от 1728 до 659 для 1а- классов бонитета, параметра В от 0.013 до 0.017. Наибольшее отклонение общей производительности сосновых древостоев по формуле (4.7) от фактических данных таблиц хода роста составило +6.4%. И.А.Терсков и М.И.Терскова (1980) представили динамику общей производительности древостоя в виде:

$$dV/dt=c\gamma V/t(4.8)$$

Параметр (С) характеризует прирост объема биомассы в единицу времени за счет единицы эффективной ФАР (1ккал/м) и зависит от породы, климатических и почвенных условий, структуры древостоя. Параметр (γ) может характеризовать запас энергии в единице объема биомассы древостоя независимо от удельного веса древесины. Для нахождения (γ) можно пользоваться таблицами теплотворной способности древесины.

Величина $c\gamma$= а -константа роста - характеризует способность древостоя превращать ФАР в органическое вещество с учетом его теплотворной способности. Величина (а) безразмерная и зависит от абсолютного количества поступающей на древостой ФАР. По этой величине можно судить, сколько энергии на древостой поступает и насколько рационально он использует основной энергетический источник.

Величина $Л_0$ также зависит от ряда факторов: широты местности, времени года, метеорологических условий, положения древостоя на местности и др. Биофизический подход к математическому моделированию хода роста и производительности древостоев позволяет представить процесс с точки зрения потребления энергии, что особенно важно при описании энергетических процессов в лесной экосистеме. Точность и надежность таких моделей динамики производительности древостоев следует оценить по данным таксации насаждений на стационарах.

13.2 Статистический анализ временных рядов роста древостоев

Динамика строения и ход роста древостоя представляет собой нестационарный случайный процесс как изменение во времени - мерных функций распределения таксационных показателей деревьев в древостое. Временные ряды роста древостоев являются непрерывными рядами динамики таксационных показателей древостоев. Современная методика статистического анализа временных рядов построена при предположении их непрерывности, вычислительные же расчеты обычно выполняются на основе дискретных последовательностей.

Статистический анализ рядов хода роста древостоев включает регрессионный анализ и математическое описание тренда $\varphi(t)$ регрессионной моделью или функциями роста. После выделения тренда $\varphi(t)$ по кривой роста древостоев вычитают его значения из соответствующих уравнений первоначального ряда динамики и в дальнейшем статистическом анализе пользуются отклонениями от тренда:

$u_t = y(t) - \varphi(t)$

Регрессионная модель роста древостоев предполагает случайный характер распределения остатков и отсутствие автокорреляции. Случайный характер ряда остатков проверяется по критерию медианы и критерию максимумов и минимумов.

Это представление тем точнее, чем больше число наблюдений и чем меньше интервал между соседними фиксируемыми моментами времени. Случайная величина исчерпывающе характеризуется законом распределения вероятностей. Система случайных величин также полностью характеризуется законом распределения этой системы, представляющим функцию переменных. Случайный процесс Y(t) как систему (n) случайных величин, где (n) в пределе равно бесконечности, можно охарактеризовать так называемым n-мерным законом распределения, являющимся функцией 2 n аргументов: n моментов времени t и n переменных Y. В практических задачах обычно ограничиваются числовыми характеристиками распределения: математическим ожиданием, жиспероией и коэффициентом корреляции. Но в отличие от числовых характеристик случайных величин, характеристики случайных процессов являются функциями времени. Математическое ожидание (среднее значение) случайного процесса Y(t) в каждый фиксированный момент времени t1 будет равно математическому ожиданию случайной величины Y(t)

Наращивая время t через достаточно малые интервалы, можно получить ряд значений математического ожидания случайного процесса при различных значениях времени.

m=M[Y(t)]

13.3 Дисперсия случайного процесса

Таким образом, математическое ожидание случайного процесса есть какая-то средняя функция времени, около которой варьируют различные реализации случайного процесса. Дисперсия (t) случайного процесса Y(t) также есть неслучайная функция времени, значение которой в любой фиксированный момент времени t1 равно дисперсии случайной величины Y(t1):

Дисперсия характеризует разбросы реализаций случайного процесса относительно его математического ожидания. Рассматривая случайный процесс Y(t) в моменты времени t1 и t2, можно найти коэффициент корреляции двух случайных величин Y(t1) и Y(t2). Во временных рядах роста древостоев наблюдается автокорреляция, представляющая собой корреляционную зависимость между последующими и предшествующими членами временного ряда. Теснота связи характеризуется коэффициентом автокорреляции.

Автокорреляция определяется как математическое ожидание произведений отклонений уровней ряда, смещенных на период L (L=1,2,..., лет) от среднего уровня:

Чем меньше интервал между моментами времени t1 и t2 тем, очевидно, теснее должна быть связь между случайными величинами Y(t1) и Y(t2). С увеличением интервала связь между ними должна затухать, т.е. значение коэффициента автокорреляции уменьшается. В общем случае коэффициент автокорреляции является функцией двух аргументов t1 и t2, т.е. представляет собой автокорреляционную функцию случайного процесса:

Автокорреляционная функция характеризует степень связи между значениями, которые может принимать случайный процесс в различные моменты времени.

Рассматривая два временных ряда роста древостоев (например,ход роста по высоте и диаметру), связь между этими двумя случайными процессами X(t) и Y(t) можно охарактеризовать взаимной автокорреляционной функцией Rxy. Это - функция двух аргументов t1 и t2, которая при каждых фиксированных значениях t1 и t2 представляет коэффициент корреляции случайных величин X(t1) и Y(t2).

Два случайных процесса некоррелированы, если их взаимная корреляционная функция при всех значениях t1 и t2 равна нулю. Нормированная корреляционная функция является безразмерной величиной и представляет коэффициент корреляции между случайными величинами X(t1) и Y(t2). Определение числовых характеристик случайного процесса можно значительно упростить, если известно, что рассматриваемый случайный процесс обладает свойством стационарности.

Математические ожидания m (t) и дисперсии (t) стационарных случайных процессов не зависят от времени, а корреляционные функции зависят не от моментов времени t1 и t2, А только от времени сдвига L=t2-t1.

Временные ряды роста древостоев, содержащие основную тенденцию хода роста, являются нестационарными процессами , математическое ожидание и дисперсия которых изменяется по времени. Ряды динамики таксационных показателей древостоев можно привести к стационарному виду путем исключения тренда или основной тенденции хода роста, описываемой функцией роста. Стационарным может быть случайный процесс остатков от уравнения или случайная составляющая . Статистический анализ случайной составляющей состоит в установлении закономерностей процесса, т.е. определении регулярных компонент случайного процесса - гармонической и постоянной составляющих. Гармоническая составляющая указывает, что ряд содержит периодическую (сезонную) компоненту, как часть общей математической модели временного ряда. Отсутствие гармонической составляющей подтверждает, что функция роста древостоев с достаточной надежностью описывает временной ряд, а остатки от уравнения составляют случайный процесс без существенных компонент роста, которые могли бы быть включены в математическую модель хода роста древостоев. Спектральный анализ рядов динамики применяется для определения основных, существенных гармонических составляющих случайного процесса путем разложения дисперсии процесса по различным частотам /19/.

Стохастический (вероятностный) характер стационарного процесса внешне проявляется в виде колебаний наблюдаемого таксационного признака около среднего значения. Углубленный анализ этих колебаний, основанный на основе обобщений их спектральных характеристик, дает весьма содержательную дополнительную информацию о динамических характеристиках объекта, проводившего наблюдаемый процесс. Важные теоретические исследования принадлежат А.Н.Колмогорову, А.Я.Хинчину, Н.Винеру, Г.Крамеру.

13.4 Изучение спектральный свойств случайных процессов

Изучение спектральных (частотных) свойств случайных процессов в отличие от детерминированных функций сопряжено со значительными математическими трудностями формального характера. Случайный процесс описывается рядом случайных характеристик: спектральная плотность мощности, спектральная функция, ширина спектра, положение и значение максимумов (минимумов), частота и период колебания /40/.

Для аппроксимации детерминированной составляющей временного ряда роста древостоев по высоте применяют следующие функции. Случайная вариация или вариация вокруг тренда составит $V_2 = \sum_{t-1}^{n}(y_t - y^2)$. Общая вариация $V = \sum_{t-1}^{n}(y_t - \bar{y}^2)$.,

где $\bar{y}$ -средний уровень ряда или среднее арифметическое; y оценка по уравнению. Вариация, обусловленная тенденцией роста по высоте V1=V-V2.

Уравнение параболы порядка (4) может быть использовано для интерполяции опытных данных, но часто не пригодно для экстраполяции или прогноза признака. Параболические модели характеризуются значительной автокорреляцией в остатках. Логарифмическое преобразование переменных приводит к уменьшению автокорреляции в остатках и приблизительно к их нормальному распределению. Наиболее подходящими являются функции Бакмана, Корсуня и Дракина-Вуевского.

Функция Дракина-Вуевского хорошо передает периоды роста по высоте и является асимптоматической при неограниченном увеличении возраста. Функция Корсуня, хотя и является эмпирической, но более проста в оценке параметров и дает минимальную среднеквадратическую ошибку в пределах 5% оцениваемой высоты.

После выделения тренла по уравнению (1) высчитывают его значения из соответсвтующих уровнений первоначального ряда динамики (Y) и в дальнейшем анализируем остатки Ut

Автокорреляция в остатках может быть обусловлена рядом причин; 1) в математической модели не учтен некоторый существенный фактор; 2) выбран неправильный тип модели; 3) автокорреляция присуща специфической структуре случайной компоненты.

14.Стохастический процесс роста насаждений

14.1. Применение марковских моделей при описании стохастических процессов

Модели роста и прогнозирование роста насаждений дают ключевую информацию для системы контроля и управления лесами. Spada и Pope (1971) отмечают, что для достижения определенных целей лесоуправления необходимо иметь информацию четырех типов:

1) Использование хода роста древостоев на стационарах для оценки производительности лесных земель и продуктивности насаждений;
2) Аналитическое описание прироста насаждений в конкретных лесорастительных условиях;
3) Прогнозирование данных лесоинвентаризации для получения материалов о состоянии лесных ресурсов;
4) Прогнозирование будущего снабжения древесиной при различных вариантах лесоуправления.

Решение поставленных задач возможно путем дальнейшего изучения процессов роста леса. Появились работы, посвященные описанию роста древостоя в виде стохастического случайного процесса (T.Suzuki, T.Umemuza,1974) и применению марковских моделей.

Японские ученые-лесоводы Т.Сузуки, Т.Умемура предложили описать рост древостоя как динамику его строения по диаметру в виде случайного вероятностного процесса.

Допустим, P(t,x;i,y) обозначают вероятность перехода диаметра дерева (x) во время (t) к диаметру (y) во время ( ) и назовем его переходной вероятностью. Обозначив отпад дерева как обратное действие - вероятность P(t,x; ,o) - вероятность перехода от диаметра (x) к иаметру (o) в период (t,). Тогда для любых фиксированного периода времени (t,) и диамера (x) переходная вероятность P(t,x; ,y) является функцией только от (Y).

Если предложить , что рост по среднему диаметру древостоя можно аналитически выразить в виде мономолекулярной функции роста

$$Y=\bar{x}(t)=A(1-e^{-kt})$$

то мгновенная скорость роста по диаметру составит :

$$d\bar{x}(t)/dt=k_1(A-\bar{x})$$

Для диаметра (x) отдельного дерева уравнение роста может быть записано в виде:

$dx/dt=k_1(A-x)+U_t$

которое является уравнением вида уравнения Langevin /69/ . Случайная флуктуация Ut или вариация вокруг тренда роста предполагается имеет нулевое математическое ожидание , постоянную дисперсию и нормальное распределение

Вероятность отпада деревьев может быть предположена как const(c) , значение которой рассматривается как число отпавших деревьев пропорционально общему числу деревьев древостоя в величине временного интервала.

В предыдущих логических построениях и описаниях стохастического процесса роста древостоя , предполагалось нормальное распределение диаметров деревьев в древостое. Выборочные распределения деревьев по диаметру обычно характеризуются положительной асимметрией, т.е. отпад идёт в основном за счёт деревьев, диаметр которых меньше среднего . Учитывая это явление, Т.Сузуки и Т.Умерата (1974) выполнили аналитическое описание динамики строения древостоя по диаметру, применяя уравнение теплопроводности с граничными (предельными) параметрами $u(-d,t)=0$, $u(\infty,t)=0$.

В начале роста насаждение имеет деревья с диаметром около нуля (в период смыкания крон деревьев и формировония насаждения), точнее отличается от нуля на положительную, стремящуюся к нулю, величину (ξ). В тоже самое время дисперсия распределения диаметров деревьев равна почти нулю, т.е. диаметры деревьев плотно группируются вокруг среднего значения. В целом, первоначальное распределение диаметров может рассматриваться как дельта-функция или функция приращения, в то время как дисперсия увеличивается. Однако, практически невозможно установить вероятность отрицательного диаметра, так как средний диаметр древостоя увеличивается и по величине значительно превышает стандартное отклонение распределения. При нормальном распределении оценка условной вероятности перехода диаметра в следующий интервал не имеет затруднений. При асимметричном распределении и учёте отпада деревьев можно предположить, что деревья отмирают позади барьера из левой части кривой распределения, с наименьшими диаметрами. Этот барьер находится на некотором расстоянии от среднего диаметра древостоя.

14.2. Марковские модели роста древостоев

Задача получения статистических данных по учету и состоянию лесного фонда на сравниваемый момент времени привела к развитию методов прогнозирования роста древостоев для данных лесоинвентаризации. Модели прогноза роста насаждений в настоящее время применяются для обновления (актуализации) лесного фонда и предсказания будущего снабжения древесиной, так как проведение периодических инвентаризаций лесного фонда слишком дорого для первых целей, а для второй задачи материалы инвентаризации не имеют данных. Разработка моделей прогнозароста насаждений по массовым материалам выборочной таксации леса при инвентаризации привела к использованию марковских процессов. Стохастический процесс можно описать распределением вероятностей случайных переменных $x(t_i)$. С помощью функции распределения это получают следующим образом:

$$F[x(t_1), x(t_2), ..., x(t_n), x_1, x_2, x_n] = P[x(t_1) \le x_1, x(t_2) \le x_2, ..., x(t_n) \le x_n] \qquad (5,39)$$

Функция распределения равна вероятности того, что случайные переменные $x(t_i)$ не превышают x_i. Процесс определен, если дана n-мерная функция распределения для каждого конечного множества величин $t_1, ..., t_n$.

Система в момент времени t_n будет находиться в состоянии j_n, если в предыдущие моменты она находилась в состоянии $j_{n-1}, ..., j_1$. На практике изучать процессы с такой сложной связью трудно. Материалы лесоинвентаризации также не содержат данных о состоянии насаждений в предыдущие годы. Поэтому применяют процессы с простой связью, в которых прогнозируемое состояние системы зависит только от состояния системы в настоящий момент. Такие случайные процессы называют процессами Маркова или цепями Маркова, теоретические основы которых заложены в работах выдающегося отечественного ученого А. М. Маркова (1856-1922). Следует отметить, что каждый чисто случайный процесс является марковским. Для цепи Маркова можно записать:

$$P[x(t_n)] = \frac{j_n}{[x(t_{n-1})]} = j_{n-1} \qquad (5.40)$$

Цепь описывается условными вероятностями, обозначающими, что если система в момент t_{n-1} была в состоянии (j), т.е. состояние системы в момент (t_n) зависит лишь от состояния в момент (t_{n-1}):

$$P\left[\frac{j, t_n}{i, t_{n-1}}\right]$$

Условные вероятности называются переходными. Они зависят от параметров t_n, t_{n-1}. Эту зависимость можно, однако, представить как зависимость от определенного параметра t_{n-1} (исходного момента) и от разности $t_n - t_{n-1}$ (периода прогноза). Если вероятность перехода не зависят от начального момента, а зависят лишь от числа шагов, то цепь будет однородной. В противном случае получим неоднородную цепь. В дальнейшем будем рассматривать конечные однородные цепи Маркова. При рассмотрении однородных цепей интервалы времени, в течение которых происходят переходы, обычно принимаются равными, поэтому величины в этом случае составляют ряд натуральных чисел 0,1,....,n.

Ушер (1971) применил марковскую модель для моделирования роста популяции. Бош (1971)применил этот метод к изучению экономических и эстетических проблем, связанных с управлением лесов. Т.Сузуки (1971), Т.Умемура (1974) использовали непрерывно-временную марковскую модель для прогнозирования динамики распределения деревьев по диаметру. Фрайер и Джонес (1970) установили, что ошибки в прогнозе диаметров деревьев в рассматриваемых выше моделях были более серьезными, чем в оценке первоначальных показателей насаждения. Л.Педен, Д.Вильямс, В.Фрайер (1973) детально изучили вопрос применения однородной конечной цели Маркова для моделирования прогноза роста древостоя. Определения, обозначения и предположения:

t - период времени (1год);

x -индекс класса диаметра (i=1,....,n).

Дерево не может переходить более, чем в следующий класс диаметра за период t.

W - живые, растущие деревья, оставленные на корню;

X - растущие деревья, вырубленные за период h;

Y - растущие деревья, которые за период h усохли и остались на корню;

Z - деревья отпада, которые в период h пошли в рубку.

Вариация символов (w,x,y,z) используется, чтобы характеризовать два типа перечета древостоя (в настоящий моменти через год), два типа кумулятивных перечетов (общего числа деревьев по компонентам w,x,y,z) и 10 возможных переходных состояний деревьев в лесу.

Четыре фундаментальных уравнения характеризуют процесс роста древостоя:

1) общее число растущих деревьев в i-ом классе в начале периода t; 2) общее число растущих деревьев, которые за период [0,t] были вырублены в i-ом классе; 3) общее число отмерших деревьев в i-ом классе в начале периода t; 4) общее число усохших деревьев, которые в период [0,t] были срублены в i-ом классе;

Условные переходные вероятности могут быть сгруппированы в два ряда: 1) возможные изменения растущих деревьев; 2) изменения состояния усохших деревьев. Внутри ряда для отдельного класса диаметра вероятности перехода из одного состояния деревьев в другое должны иметь сумму равную 1 Введём также три соглашения: 1) любая вероятность перехода с отрицательным равна нулю; 2) любое произведение константы на вероятность перехода, записанное в пониженном порядке, есть единица; 3) любая сумма, в которой указываются члены, записанная в пониженном порядке, есть нуль.

Далее отметим, что $P_n = q_n = r_n = s_n = 0$, так как предполагается, что максимальный диаметр является постоянным.

В марковской модели процесса роста древостоя выполнен ряд предположений: 1) изменения для отдельного дерева случаются независимо от изменений других деревьев; 2) условные вероятности 10 возможных переходов дерева не зависят от периода (года) прогноза; 3) растущее дерево в течение года может перерасти в другой класс диаметра. В марковской модели рассматриваются два случая: 1) без перехода деревьев (перерастания) i-ого класса в следующий (i+1) класс за период t (1 год); 2) с учётом перехода диаметров в следующий класс.

Процесс роста древостоя описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными. Могут применяться линейные функции связи вероятностей с данными первоначального перечёта деревьев. Это обусловлено тем, что перечёты (число деревьев) есть условные вероятности (частность).

Ошибки в оценке первоначальных перечетов деревьев по их состояниям (растущих, усохших и т.д.) и условных вероятностей перехода из одного состояния в другое можно получить методом Монте-Карло.

Прогноз динамики строения древостоя с помощью модели Маркова имеет преимущество в возможности прогнозировать на период, кратный времени повторной таксации древостоя. Главное преимущество модели – простота применения в лесоустройстве при выборочной таксации леса на круговых пробных площадках по трактам. Модель позволяет получать надежные данные прогноза роста леса.

14.3. Дифференциальные уравнения в моделировании роста насаждений

Одним из значительных вкладов в моделирование процесса роста леса было признание, что дифференциальные уравнения могут быть эффективно использованы для описания изменения, происходящих в ходе роста насаждений.

Исследования Бакмана (1962) и Круттера (1963) были среди первых, кто применил этот принцип к одновозрастным, а Д.Мозер и Холл (1969) – разновозрастным насаждениям США. Общая цель – разработать функции для предсказания суммы площадей сечений и запаса древостоя. Результирующие уравнения выражали сложный составной выход процесса динамики, так называемых, компонентов леса: рост живых деревьев, компонент деревьев переходящих в другую ступень толщины, динамика отпада и компонент вырубленных деревьев.

В целом система дифференциальных уравнений описывается 60-70-тью компонентами (число деревьев, сумма площадей сечений, объем дерева, число деревьев перешедших в другой класс, объем перешедших деревьев, число деревьев отпада, объем деревьев отпада и т.д.).

Данные системы связывают компоненты роста леса в определенные моменты времени. Так как отдельные элементы варьируют во времени, этот общий подход используется в случае, где правые части уравнений могут быть выражены в функциональной временной зависимости. Этот принцип можно применить к одновозрастным насаждениям, к разновозрастным – нельзя, так как возраст древостоя не может быть использован как зависимая переменная.

Предполагая, что деревья равномерно распределены в классе объемов и все деревья в классе растут в среднем темпе роста, Мейер (1953) фактор динами (перехода) деревьев в другой класс предложил определять по формуле

$$R = (Z_d^T / W)n,$$

где Z_d^T - периодический средний прирост по диаметру;

W - ширина (величина интервала) класса;

n – число деревьев в классе.

Исследования Джекобса (19668), Эрдмана (1972), Мозера (1974) показали, что в пределах класса объемов (ступени толщины) прирос по площади сечения имеет положительную корреляцию с площадью сечения и числом стволов, а отрицательную - с суммой площадей сечений следующего класса.

Д. Мозер для описания прироста суммы площадей сечений предложил систему дифференциальных уравнений, объем деревьев связал с суммой площадей сечений.

Отпад при этом является наиболее важным компонентов роста древостоя, и одним из наиболее сложных для прогнозирования. Р. Монсеруд (1976) отпад по числу деревьев выразил в зависимости от числа деревьев и суммы площадей сечений по ступеням толщины.

Для прогнозирования будущего состояния древостоя необходимо выполнить совместное решение системы дифференциальных уравнений. это означает, что путем определения функций роста и подстановкой их в уравнения системы, преобразовывают эти уравнения в тождества. Аналитическое решение выполняется с помощью вычислительной техники. Д.Мозер разработал программу, состоящую из основной программы и четырех подпрограмм. Выход системы включает: число деревьев, суммы площадей сечений и запасы по ступеням толщины, текущий среднепериодический прирост по площади сечения и запасу древостоя, размер промежуточного пользования.

15. Имитационное моделирование роста насаждений

15.1 Применение имитационной модели роста древостоев

Сложность аналитического описания случайного вероятностного процесса роста древостоев повлекла широкое применение регрессионных моделей роста. Если для целей выравнивания опытных данных регрессионные модели могут успешно использоваться, то экстраполяция (прогноз) роста по таким моделям связана со значительными ошибками. Современные компьютерные технологии позволяют разработать сложные регрессионные модели с неограниченным числом параметров. Практическое значение таких регрессионных моделей в условиях пассивного эксперимента невелико, т.к. не все независимые переменные (как правило, они сильно коррелированы) можно включить в модель. Это неизбежно приводит к смещению в оценках коэффициентов регрессии – оно может оказаться столь сильным, что регрессионная модель потеряет всякий смысл. В связи с этим в лесном хозяйстве широкое распространение получили имитационные модели. Появление этого направления математического моделирования объясняется несколькими обстоятельствами: 1) для изучения сложных систем и процессов отсутствует целостная теория, позволяющая использовать для моделирования классический математический аппарат; 2) иногда модели, отражающие сложные системы и процессы, бывают такими объемистыми, что их использование даже при помощи современных технологий значительно затруднено); 3) иногда при использовании сложных моделей возникают затруднения в выборе критерия оптимальности (целевой функции) в задаче управления системой. В зарубежной практике лесного хозяйства имитационные модели применяются при моделировании роста леса, лесоустроительном проектировании, технологии лесоустройства, планирования лесного хозяйства.

15.2 Совместные модели строения и роста древостоя

Основная цель построения моделей – прогнозирование общей производительности древостоев для оценки различных вариантов (режимов) ведения лесного хозяйства.

Ряд систем, например, в Финляндии(Вялиахо. Х., Ю.Вуакила), в Англии (Г.Гамильтон, Д.Кристи, 1974) разработаны в соответствии с принятым в стране стандартным режимом рубок ухода за лесом. Д.Клуттер, Б.Аллисон (1974) предложили систему имитации рубок ухода и роста древостое, которая не связана с каким-либо определенным режимом управления лесным хозяйством.

Для имитации рубок ухода в системе создаются специальные подпрограммы схем рубок ухода. Численность по ступеням толщины после рубки получают путем умножения численности до рубки на соответствующий множитель.

Прогнозирование роста древостоев осуществляется путем предсказания трех основных признаков: 1) абсолютного текущего прироста по площади сечения, 2) отпада в значениях числа деревьев; 3) отпада в значениях суммы площадей сечений.

Модели данного типа могут быть полезны при создании систем принятия решения – оценке вариантов ведения лесного хозяйства или режимов рубок ухода. Серьезным недостатком этих моделей является отсутствие надежности в прогнозировании прироста отдельных деревьев по площади сечения и отпаду, а так же значительный объем вычислительных работ.

15.3 Совместные модели роста и производительности древостоев

В лесной таксации разработана методика расчета общей производительности насаждений по текущему приросту (П.В.Воропанов 1966, Д.Клуттер 1963, Н.В.Свалов 1974). Цель – получить совместные модели роста и производительности насаждений, т.е. модель производительности может быть получена интегрированием модели текущего прироста по запасу. Достоинство такой системы: 1) логическая взаимосвязь; 2) возможность по моделям производительности разработать соответствующие модели прироста и наоборот.

Д. Клуттер использовал модель первого порядка для предсказания запаса древостоя в зависимости от суммы площадей сечений и индекса условий местопроизрастания и возраста древостоя. Свойства его модели следующие: 1) математическая форма переменных подразумевает связи, которые согласуются с нашим представлением развития одновозрастного древостоя; 2) Использование логарифмической функции запаса, а не простого запаса более подходит статистическими предпосылками линейного регрессионного анализа; 3) использование логарифма запаса как зависимой переменной является удобным способом математически выразить внутреннее влияние независимых переменных на запас.

$\ln M=b_0+b_1H100+b_2t^{-1}+b_3\ln G$, где t – период.

Имитационные модели позволяют построить систему имитации роста древостоев при различном первоначальном числе деревьев на 1 га, первоначальной сумме площадей сечений, различных вариантах режимов рубок ухода. Преимущество этих моделей заключается в возсожности использовать материалы лесоинвентаризаци, в малом объеме вычислений. Имеется достаточно примеров практического применения имитационного моделирования для разработки таблиц роста и производительности насаждений, программ рубок ухода, имитации лесовосстановления и других лесохозяйственных мероприятий. Недостаток имитационного моделирования – большой объем программирования в виду отсутствия стандартных программ, эвристический подход в выборе лучших регрессионных моделей связи.

15.4 Структура имитационной модели хода роста древостоев

Сложные биологические системы на современном уровне практически невозможно описать адекватной математической моделью в аналитической форме. В этом случае используется метод имитационного моделирования, позволяющий представить такие системы в виде имитационных моделей.

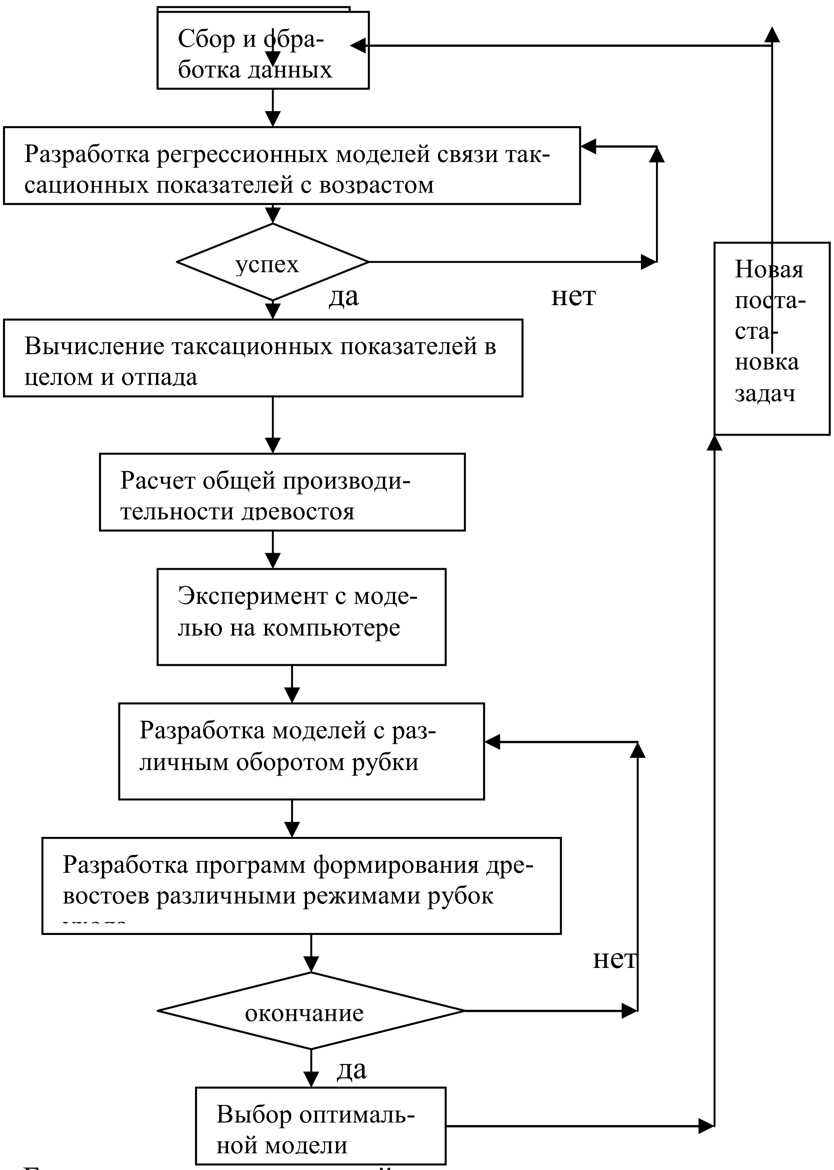


Рис.3.1. Блок схема имитационной модели роста и производительности древостоев

Этапы, разработанной автором, имитационной модели роста и производительности древостоев без проведения лесоводственных мероприятий, а также с проведением рубок ухода по данным перечислительной таксации насаждений на пробных площадях можно представить в виде блок-схемы (рис.3.1).

Во-первых, определяются цель моделирования и задачи, требующие решения. Целью моделирования является модель роста нормальных и эталонных насаждений с различными режимами рубок ухода и без них. В соответствии с этим производится сбор и обработка данных таксации насаждений, отбор и сортировка экспериментального материала. Во-вторых, выдвигается ряд гипотез в отношении логической структуры и формы регрессионных моделей связи таксационных показателей древостоя с возрастом, классом бонитета, типом леса и другими факторами. Выполняется регрессионный анализ и оцениваются параметры регрессий связи, их точность и надежность. По моделям связи, методами и алгоритмами, применяемыми в лесной таксации, вычисляются таксационные показатели растущего древостоя, отпада, общая производительность и прирост. Согласно данному алгоритму, составляется программа и выполняются расчеты по имитационной модели на ЭВМ для разных классов бонитета и типов леса. На основании эксперимента на ЭВМ с моделью выполняется анализ и интерпретация результатов, сравнение их с данными перечислительной таксации древостоев на стационарах. Выбирается оптимальный вариант роста и производительности древостоев без проведения рубок ухода. На основании полученных результатов, а также с применением нормативных материалов по рубкам ухода разрабатываются таксационные программы формирования древостоев различными режимами рубок ухода при изменяемом обороте главной рубки насаждений. При сравнении результатов вычислений определяется оптимальная программа формирования сосновых древостоев рубками ухода. Новые, более точные данные предопределяют новую формулировку задачи и этапы в разработке имитационной модели повторяются снова.

Разработка имитационной модели роста, производительности и формирования рубками ухода сосновых древостоев производится в следующей последовательности.

По программам BON, TIP и DAN проводится выбор и классификация пробных площадей. Статистический анализ экспериментальных данных выполнен с помощью пакета программ для статистической обработки. Уровень максимальной суммы площадей сечений сосновых древостоев получен по правилу трех сигм: $G = G \pm 3\sigma$. Проводилось аналитическое выравнивание высот, диаметров и сумм площадей сечений с возрастом древостоев с использованием функции Г.Бакмана и уравнения с двумя переменными.

Для моделирования хода роста древостоев по высоте, диаметру и сумме площадей сечений с возрастом и классом бонитета, исследованы следующие регрессионные модели связи:

$\lg y = f(\lg A, \lg^2 A)$, $\lg y = f(\lg^2 A)$, $\lg y = f(\lg A, \lg H100)$

По результатам статистической оценки регрессий для моделирования роста древостоев по классам бонитета была принята модель вида:

$\lg y = b_0 + b_1 \lg A + b_2 \lg H100$ (3.1)

и по типам леса:

$\lg y = b_0 + b_1 \lg A + b_2 \lg^2 A$ (3.2)

где y - зависимый признак (средняя высота, диаметр или сумма площадей сечений древостоя); A - возраст древостоя, лет; H 100 - индекс класса бонитета.

Запас определяется умножением суммы площадей сечений на видовую высоту древостоя. Связь видовой высоты с высотой и диаметром древостоев выражена регрессией связи:

$HF = b_0 + b_1 H + b_2 HD^{-2} + b_3 H100$ (3.3)

где HF - видовая высота древостоя; H,D - средние высота и диаметр древостоя; b_0, b_1, b_2, b_3 - коэффициенты регрессии (1,1416;0,4161;-0,5608;0,0086).

Эта модель имеет следующие статистические показатели: $R^2 = 0.978$; $S_y = 0.81$; $F = 491.3$; $t_b = 27.3;2.7;1.4$.

Число деревьев древостоя определялось по соотношению:

$N = G / 0.785 * D^2$

Средний диаметр отпада в сосновых насаждениях оценивался по регрессионному уравнению:

$D_{отп} = 131.4339 + 0.3722D^2 - 0.5121H100 - 26.1311(\lg A \lg N)$

где Dотп - средний диаметр отпада; H100 - индекс класса бонитета; D,N - средний диаметр и число стволов древостоя. Статистические показатели модели: $R^2 = 0.998$; $S = 13.1$; $F = 2659.8$; $t = 55.3;1.3;4.2$.

Средняя высота отпада получена по модели:

$\lg H_{отп} = -0.3412 + 0.9076 \lg D_{отп} + 0.3188 \lg H100$

($R^2 = 0.987$; $S = 0.045$; $F = 1238.2$; $t = 46.2$; 9.0).

Видовая высота отпада определялась по регрессии видовой высоты древостоя в зависимости от среднего диаметра и высоты отпада.

Число деревьев отпада вычислено по формуле:

$N_{отп} = Na_{-10} - Na$

где Nотп - число деревьев отпада в настоящий момент; Na и Na-$_{10}$ - число деревьев в древостое теперь(а) и 10 лет назад (а-10).

Сумма площадей сечений отпада устанавливалась по числу деревьев и среднему диаметру отпада:

Gотп= Nотп[0.785 (Dотп)^2]

Запас отпада получается по формуле:

Мотп= Gотп НFотп

Объем промежуточного пользования определен как сумму запасов отпада в древостое: Мпром= $\sum_{i=1}^{n}$ Мотп , (i=1,...n)

Общая производительность древостоя вычислена по формуле:

Мобщ = Ма + Мпром

Абсолютный текущий среднепериодический прирост по запасу древостоя равен:

$\overline{Z}_M^n$ = M_aобщ - M_{a-n}общ) / 10

Тогда относительный прирост по запасу устанавливается по формуле:

$P_{\overline{Z}_M^n} = \overline{Z}_M^n$ *100/(M_a-M_{a-n})/2

Абсолютный средний прирост по запасу древостоя:

$\overline{Z}_M$ = M_aобщ/А

Остальные показатели таблиц хода роста и их взаимосвязи устанавливаются общепринятыми в лесной таксации способами.

Выходом данной имитационной модели являются таблицы хода роста полных сосновых древостоев естественного происхождения по классам бонитета и типам леса.

16.Моделирование оптимальной производительности древостоев

16.1 Теоретическая модель оптимальной производительности

Теоретическая модель оптимальной производительности сосновых древостоев основана на имитационной модели рубок ухода. Она является важным инструментом при планировании по ведения рубок ухода.

Имитационные модели рубок ухода разрабатываются в трех направлениях: 1) создание программ формирования насаждений по типам леса и режимам рубок ухода; 2) имитация схем назначения рубок ухода в насаждении на оборот рубки и 3) имитация пространственного распределения деревьев при рубках ухода.

Основной задачей имитационного моделирования при этом является разработка программ формирования насаждений, а именно, показателей, регламентирующих рубки ухода для достижения поставленной цели (максимум общей производительности на оборот рубки и максимум выхода деловой крупномерной древесины). Большинство программ составлены по отдельным регионам и предусматривают оптимизацию числа деревьев на единице площади по годам или отдельным периодам жизни насаждений.

Многие из региональных программ рубок ухода повторяют таблицы хода роста максимально продуктивных насаждений. Однако для планирования рубок ухода необходимо знать в пределах класса бонитета и типа леса сроки повторяемости ухода, интенсивность, оборот рубки, методы рубок ухода, выгоды и расходы на протяжении роста древостоя до возраста главной рубки.

Г.Ктибором описан метод расчета лесосек промежуточного пользования по 10-летним периодам при использовании коэффициентов прироста, определенных по таблицам хода роста с поправками на воздействие промышленных эмиссий.

В работе Г.Кенка, П.Шлера и У.Вайзе проводится обоснование среднего диаметра насаждений для промежуточного и главного пользования с целью получения максимальной прибыли. Вычислена оптимальная норма посадки лесных культур основных лесообразующих пород, которая позволяет снизить затраты на рубки ухода. Предлагаемое ими количество посадочных мест значительно ниже принятых в настоящее время.

Вопросы оптимизации режима промежуточного пользования рассматривались А.В.Кожевниковым (1979), В.В.Успенским (1990), А.Н.Четвериковым (1985), В.Н.Егоровым (1989) и др. Начиная с прореживаний в 30-40 лет лесоводственные уходы должны обеспечивать максимальный и качественный прирост растущей части древостоя, при этом используются вероятные варианты изреживаний и таблицы текущего прироста. Выбирается вариант расчета, при котором наблюдается максимальная величина конечного запаса. Вторым обязательным условием является повышение качественной цифры оставшегося древостоя.

А.Карпантер в основу промежуточного пользования предлагает положить связи между верхней высотой и возрастом (a), числом стволов, верхней высотой и индексом местопроизрастания (b), среднеквадратическим диаметром, числом стволов и верхней высотой (c). Эмпирическим путем определяются число стволов, среднеквадратический диаметр и верхняя высота. Площади рубок ухода определяются исходя из связей (a) и (b). Интенсивность рубок ухода определяется, исходя из среднего числа "лишних стволов на пробах". Квота рубки по площади определяется как частное числа проб, превышающих норму, на общее число проб.

Турнером В.Т. /191/ была разработана модель интенсивности ведения лесного хозяйства. По линейным уравнениям построены таблицы хода роста. Запас в первый прием выбирался на 1/3, а затем рубки ухода проводились при условии, что площадь сечения насаждения превышает установленную величину.

P.Kilkki и Y.Vaisanen (1969) рассматривали оптимальный вариант рубок ухода с экономической точки зрения. Прежде всего ими рассматривалось от 8 до 10 вариантов развития запаса без рубок ухода (в аналогии с нашей системой – классов бонитета) в возрасте свыше 50 лет. Оптимальные программы рубок ухода вычислялись для 30 возможных комбинаций переменных - стоимость лесозаготовок, схема рубок ухода и процент интереса (от 1 до 5%). При различных стоимостях лесозаготовок в различных вариантах выяснилось, что при верховом методе и большом запасе вырубаемой древесины экономически рубки ухода становятся не выгодны. Не практично проводить сплошные рубки в насаждениях, которые были только что пройдены рубками ухода. Большое влияние оказывает на экономическую эффективность также заработная плата при различных вариантах рубки. Один из выводов заключается в том, что насаждение может быть очень низкополнотным и все еще экономически выгодным. Наиболее приемлем режим рубки ухода с повторяемостью 5 лет и малой интенсивностью , однако в практике лесного хозяйства это не всегда осуществимо. При повторяемости 10 и 20 лет рубки ухода следует проводить более интенсивно, но в ближайшее время может наблюдаться временное уменьшение интенсивности прироста.

Одним из основных показателей во всех случаях является оборот рубки. Р.Кришна указывает на то, что продолжительность оборота рубки оказывает самое большое влияние на результат хозяйственной деятельности. Она определяет при данной интенсивности хозяйствования: размер оптимального растущего запаса, величину среднегодичного прироста, уровень затрат на лесовосстановление, запас и лесохозяйственные мероприятия. На оборот рубки оказывают особое влияние: биологическая быстрота роста, рыночная коньюктура, цели хозяйства и стоимость лесохозяйственных мероприятий. Наиболее широко при назначении оборота рубки могут использоваться два критерия: 1) по максимальной производительности, т.е. по количественной спелости; 2) по экономической спелости, т.е. по максимальной денежной прибыли. Более короткие обороты, выгодные в условиях рынка определяются вторым способом. Однако в государственных лесах, имеющих экологическое значение, расчеты необходимо производить согласно первому критерию.

При рыночной экономике для расчетов технической спелости и возраста рубки целесообразно использовать диаметр рубки. Исследования многих ученых последних лет (В.Ф.Багинский, Л.Н.Толкачев) показали, что использование диаметра рубки при определении возраста рубки ведет к повышению уровня ведения хозяйства путем учета условий местопроизрастания и полноты при определенных моментах рубки. Было установлено, что увеличение среднего диаметра при снижении полноты не имеет линейной связи с возрастом технической спелости. Наличие сложных криволинейных зависимостей для связи D = f (А,П) приводит к тому, что при низкой полноте техническая спелость достигается при гораздо большем среднем диаметре, чем в высокополнотных древостоях.

Проблема регулирования главного пользования и промежуточного пользования в настоящее время является одной из важнейших и рассматривается с разных точек зрения.

А.Д.Янушко /170/ использует понятие "экономической спелости" для определения возраста, в котором достигается максимум рентабельности лесовыращивания. Досрочная рубка древостоя или оставление его на корню за пределами возраста экономической спелости будут сопровождаться определенными потерями лесного хозяйства, снижением его рентабельности. При этом возраст рубки для древостоев сосны предложено устанавливать в зависимости от класса бонитета или условий местопроизрастания от 81-90 (Ia) до 121-130 лет (V класс бонитета).

Подход к вопросу оптимальности лесоваращивания может осуществляться по двум направлениям: 1) основываясь на максимальной общей производительности, исходя из текущего прироста (это направление развивал E.Assman (1967), по его данным наибольшая общая производительность наблюдается у древостоев с полнотой 0,80 - 0,85; 2) исходя из максимальной продуктивности, основываясь на максимальных запасах в данный момент времени (в этом случае полнота насаждений должна быть близка к 1,0). В настоящее время в связи с переходом к рыночным отношениям выгоднее выращивать древесину ориентируясь на высокую общую производительность. Особое внимание необходимо уделять рубкам ухода. Причем следует разделять потенциальную общую производительность, зависящую от качества почвы и условий произрастания, и общую производительность как сумму пользований лесом.

Исследованиями А.В.Тюрина, И.М.Науменко, М.Е.Ткаченко, Б.А.Шустова, А.В.Давыдова, Б.Д.Жилкина, Н.П.Георгиевского, Н.П.Анучина, В.Г.Атрохина и др. показано, что потенциальная общая производительность насаждений зависит от условий местопроизрастания, состава насаждений и практически не изменяется от режима рубок ухода.

16.2 Основные нормативы при моделировании оптимальной производительности

Сумма пользований лесом напротив тесно связана с режимом рубок ухода. Основным нормативным документом при планировании и проведении рубок ухода служит "Наставление по рубкам ухода в лесах Республики Беларусь"(1992).

Согласно Наставлению, "рубки ухода за лесом являются важнейшим лесохозяйственным мероприятием, направленным на выращивание хозяйственно ценных, высокопродуктивных, устойчивых насаждений и улучшение других полезных свойств леса".

Основные задачи заключаются в повышении качества и устойчивости древостоев, формировании целевого породного состава, густоты и структуры насаждений; своевременном использовании древесины в процессе выращивания и сокращение сроков выращивания технически спелой древесины; сохранение и усиление защитных, водоохранных, санитарно-гигиенических и других полезных свойств леса.

Основными видами ухода являются в зависимости от возраста насаждений рубки ухода за молодняками и прореживания. Наибольшее внимание следует уделять прореживаниям, которые должны обеспечить благоприятные условия для правильного формирования ствола, увеличения прироста и подготовить насаждения к главной рубке.

Основными нормативами рубок ухода являются: время начала и окончания рубок ухода, полнота, интенсивность и повторяемость рубок.

Интенсивность рубок ухода определяется количеством вырубаемой древесины, выраженное в процентах от запаса, а также степенью снижения полноты насаждения или сомкнутости полога. Различают следующие степени интенсивности: очень слабая - до 10% от запаса до рубки, слабая - 11-20%, умеренная21 - 35%, сильная - 36-50%, очень сильная - свыше 50%.

В смешанных и сложных насаждениях интенсивность рубки выше, чем в чистых, в высоких бонитетах - больше, чем в низких. В чистых молодняках сомкнутость не должна быть ниже 0,7, а при прореживании в чистых насаждениях оптимальная полнота после рубки должна составлять 0,7 - 0,8. При хорошем состоянии чистых сосновых молодняков и отсутствии сбыта маломерной древесины уход за молодняками проводить не целесообразно. Прореживания могут не проводиться в возрасте до 30 лет.

Повторяемость рубок ухода - это период времени, через который в насаждении проводится повторный уход. Она зависит от лесоводственно-таксационной характеристики насаждения и его общего состояния. Чем выше интенсивность отдельных приемов рубки, тем реже их повторяемость, и наоборот. В чистых насаждениях рубки ухода проводятся реже чем в смешанных и сложных. Период повторяемости для прореживаний в хвойных на саждениях составляет по Наставлению 10 - 20 лет.

Заканчиваются рубки ухода в хвойных семенных насаждениях за 20 лет до возраста главной рубки.

16.3 Структура и алгоритм модели оптимальной производительности древостоев

На основании имеющихся рекомендаций разработаны таксационные программы формирования древостоев оптимальной производительности. Вводными данными являются регрессионные модели для определения хода роста древостоев по диаметру, высоте, сумме площадей сечений, видовой высоте, общая производительность из таблиц хода роста, интенсивность, повторяемость и оборот рубки.

Программа выполняется по следующему алгоритму.

Запас, вырубленный во время рубок ухода равен:

$Мвыр = Мдо*P_M$

где Мдо - запас древостоя до рубки; P_M - процент вырубаемого запаса.

Запас древостоя после рубок ухода определяется как разность:

Мпосле = Мдо - Мвыр

Запас древостоя до рубки через пять лет определяется по формулам:

Мдо = Мдо+ 5$\overline{Z}_V^n$ или Мдо = Мпосле + 5 $\overline{Z}_V^n$,

где $\overline{Z}_V^n$ - среднепериодический текущий прирост по запасу.

Запас вырубленный рубками ухода без коры вычисляется:

Мб/к = Мвыр(100-Рк) ,

где Рк- процент коры от объема дерева, взятый в зависимости от среднего диаметра вырубаемых деревьев (равен для диаметра 8-12см - 16%, 12-16см - 14%, 16-20см - 13%, 20см и более - 12%).

Средний объем ствола растущего дерева равен:

Vср = Mдо/Nдо,

средний объем вырубленного дерева:

Vвыр= VсрP_V ,

где P_V- процент, который составляет среднее вырубленное дерево по отношению к среднему дереву древостоя. Вычислялся P_V по ТХР, а также по полученной имитационной модели как частное:

P_V = (Vотп/ Vср)*100 ,

где Vотп - объем отпавшего дерева. Средние результаты изменяются с возрастом от 40 до 60%. Количество вырубленных деревьев составляет:

Nвыр = Mвыр/ Vвыр

Тогда после рубки число деревьев будет равно:

Nпосле= Nдо - Nвыр

Процент вырубленных деревьев:

P_N = (Nвыр/ Nдо)*100

Средний объем вырубленного дерева без коры вычисляется по формуле:

Vб/к = Мб/к/ Nвыр

Средний диаметр вырубаемого дерева находится из следующего соотношения(при условии, что видовая высота для одной породы одинакова в обоих случаях):

Mвыр/Mдо = GвырHFвыр/Gдо HFдо , если HFвыр=HFдо, то

Mвыр/ Mдо = Gвыр/Gдо=Dвыр^{2}Nвыр/Dдо^{2}Nдо, тогда

Dвыр^2= MвырDдо^{2}Nдо/MдоNвыр= VвырDдо^2/Vдо, отсюда

Dвыр = $\sqrt{V_{выр} D_{до}^2 / V_{до}}$

Сумма площадей сечений вырубаемого древостоя находится по формуле:

Gвыр= 0.785 Dвыр^{2}Nвыр

Средняя высота вырубаемого древостоя вычисляется по регрессионным уравнениям связи диаметров и высот:

Hвыр = -15.919 + 0.296 Dвыр +22.664 lg Dвыр (до 20лет)

Hвыр = -6.519 + 0.899 Dвыр +21.612 lg Dвыр (после 20лет)

Выходами имитационной модели являются таксационные программы формирования сосновых древостоев по классам бонитета и типам леса.

16.4 Моделирование производительности при различных режимах выращивания

Целенаправленный, хорошо организованный и профессионально выполненный уход в насаждениях является решающим фактором производственного успеха. Предпосылкой такого ухода является квалифицированное планирование, при котором учитываются все цели ведения хозяйства в соответствии с их значимостью, местом произрастания насаждений как экологической основой и структурой насаждений.

Составлять планы можно для отдельных насаждений (индивидуальное планирование) и для крупных массивов (суммарное планирование). Хотя суммарное планирование проще, дешевле и быстрее, очевидно, что при различных условиях произрастания насаждений и комплексной целевой системе полностью оправдывает себя только индивидуальное планирование мероприятий ухода/42/.

Х.Бриндли, изучив эксперименты по рубкам ухода проводимые в Дании, сделал следующие основополагающие выводы. Интенсивность рубок очень мало влияет на общую производительность во всех типах лесорастительных условий в пределах широкого диапазона видов рубки. Только при исключительно интенсивных рубках происходит уменьшение прироста по запасу древостоя.

Распределение прироста по возрастным периодам, как правило, неодинаково при различных степенях рубки. Когда сильные рубки проводятся рано, то есть несколько лет спустя после смыкания полога, то через несколько лет наблюдается значительный прирост. Если сильные рубки продолжать в средневозрастных и приспевающих насаждениях, то наиболее часто это приводит к потере прироста.

Этот факт не очень важен для общей производительности, но может повлиять на сортиментный состав. Во всех случаях интенсивные рубки ухода имеют значительное воздействие на средние диаметры древостоя. Насаждения после рубок содержат деревья больших диаметров, т.е. увеличивается выход крупной деловой древесины. На выход мелких сортиментов интенсивность рубок ухода не влияет. Товарность вырубаемой древесины повышается при проведении рубок сильной интенсивности.

Однако качество запаса получаемой древесины подает с увеличением интенсивности рубок. Сбег деревьев среднего размера увеличивается. При увеличении интенсивности рубок ухода уменьшается плотность древесины и увеличивается толщина ветвей. В хороших лесорастительных условиях наблюдается заметное снижение плотности древесины из-за очень интенсивных рубок ухода, в то время как в худших условиях произрастания интенсивность рубок ухода на качество древесины не влияет (Moltesen, Madsen,1979).

Проф.Ронде (Бельгия) предложил цифровой расчет рубок ухода в лесоустройстве, основанный на предположении, что общая продуктивность не зависит от интенсивности рубок ухода. Увеличение суммы площадей сечений, разделенной на желательное отдельное увеличение площади поперечного сечения дерева, дает количество стволов на 1 га, соответствующее этому требованию. Процесс моделирования предполагает: использование справочной таблицы выхода древесины, нормальное распределение диаметров, общая продуктивность не зависит от рубок ухода.

Д.В.Роуз, А.Р.Эк и Д.Стонел (США) предлагают для моделирования рубок ухода пакет программ DPRG, основанных на динамическом программировании, что позволяет принимать решения по ведению лесного хозяйства в разновозрастных насаждениях и упрощает процесс принятия решения, уменьшая количество прогонов программ рубок ухода.

Интенсивность рубок ухода, по данным С.Бухта (Швеция) не должна превышать 40% по сумме площадей сечения стволов до рубки ухода в молодняках и 35% в средневозрастных лесах.

Повторяемость, предлагаемая учеными Англии, в молодняках - 4 - 6, в средневозрастных - 10 лет. Из-за слишком большого изреживания текущий прирост по запасу древостоя снижается, и эти потери не могут компенсироваться постепенно появляющимся световым приростом. В этом случае можно рекомендовать работы по получению оптимального числа стволов, характеризующиеся более частыми мероприятиями ухода.

Рубки ухода дают возможность вовлечь в оборот и использовать угнетенные и отмирающие деревья, которые иначе были бы потерянными; улучшить структуру насаждений, оставляя нужные породы; улучшить качество пиловочника и фанерного кряжа путем удаления при ранних рубках ухода фаутных и низкокачественных деревьев. Если соблюдать рекомендуемые хозяйственные мероприятия, то при проведе-нии рубок ухода можно получить около 25 - 30% общей стоимости леса на корню.

Для этого необходима система ухода как упорядоченная во времени последовательность рубок ухода с правильно установленными сроками начала и окончания, со взаимосвязанными интенсивностью и повторяемостью. Отсюда вытекает важность регламентации рубок с помощью целевой программы, основанной на моделях роста и производительности насаждений. Под программой понимается совокупность таксационных показателей, регламентирующих разреживание древостоя для достижения хозяйственной цели.

Многолетние опыты с рубками ухода показали, что только регулярный уход может обеспечить существенное улучшение качества насаждений, причем режим рубок должен соответствовать естественному ходу роста древостоев. Это условие обеспечивается программами рубок ухода.

В программы включены: время первой рубки, сроки проведения последующих приемов, процент выборки и возраст главной рубки, а также размерно-качественная характеристика вырубаемой древесины.

В основу расчета положены таблицы хода роста полных сосновых древостоев естественного происхождения по классам бонитета и типам леса. Интенсивность и повторяемость рубок ухода для Ia - III классов бонитета, принятые в соответствии с "Наставлением по рубкам ухода". Также использовались рекомендации зарубежных лесоводов, согласно которым, повторяемость изменяется с возрастом от 5 до 20 лет.

16.5 Экономическая эффективность модели оптимальной производительности.

Затраты на рубки ухода за лесом поглощают более 15% всех затрат на лесное хозяйство. Основной задачей рубок ухода является формирование более производительных насаждений с участием ценных пород и получение древесины лучшего качества. Попутно ставится задача использования древесины, которая без рубок ухода идет в отпад и снижает валовую продуктивность насаждений по древесине на 45 - 50%.

Таким образом, рубки ухода, несмотря на значительное снижение наличного запаса древесины способствуют улучшению качества оставшегося запаса и прироста за счет улучшения состава насаждений и качества стволов.

В результате рубок ухода получают ликвидную товарную продукцию, которую учитывают в отпускных ценах. Ее следует прибавить к величине эффекта от влияния на качество и ценность оставшегося насаждения после ухода за лесом.

Воронин И.В., предлагает общую величину эффекта, полученного от рубок ухода определять по формуле:

Эф = (Ц2 -Ц1) +(Дв - S)

где Эф - величина эффекта от рубки ухода, руб.; Ц1 - ценность запасов древесины к возрасту спелости в насаждениях без рубок ухода, руб.; Ц2 - ценность запаса к возрасту спелости в насаждении с систематическим уходом, руб.; Дв - валовый доход от реализации древесины полученной от рубок ухода, руб.; S - себестоимость работ по уходу за лесом, руб.

При регулярных рубках ухода насаждения на 10 - 15 лет раньше достигают диаметра, на который расчитан возраст рубки. Сокращение срока выращивания спелых насаждений является важным экономическим показателем, который должен учитываться с другими показателями эффекта только через фактор времени.

При известной себестоимости выращивания 1 га спелого леса можно определить сокращение срока выращивания путем сопоставления платежей за пользование банковским кредитом на выращивание леса.

Эф =(Ц2 -Ц1) + (Дв - S) + (С1 -С2)

где С1 - платежи за пользование ссудой при выращивании леса без рубок ухода, руб.; С2 - то же, при сокращении срока выращивания леса благодаря рубкам ухода, руб.

А.П.Петров при определении экономической эффективности рубок ухода выделяет категории "ближних" и "дальних" эффектов. "Ближний эффект определяется исключительно в интересах лесозаготовителей и диктуется стремлением отобрать в рубку качественные стволы, увеличить объем выборки с 1 га, назначить в рубку древостои выгодные, имеющие преимущества в технологическом и транспортном освоении.

Дальний" эффект в проведении рубок ухода определяется комплексом требований: экономических, лесоводственных и экологических. Суть этого эффекта состоит в максимизации полезностей, которое дает насаждение за оборот рубки и слагается из объема вырубаемой древесины за весь период выращивания, качественной структуры продукции за весь оборот рубки, использование недревесных компонентов лесных ресурсов, а также степени и качества выполнения лесонасаждениями климаторегулирующих, водоохранных и средозащитных функций.

В зарубежной практике стремление соединить "ближний" и"дальний" эффект осуществляется методами дисконтирования затрат и результатов, когда последние приводятся ко времени главной рубки при помощи коэффициентов приведения, учитывающих фактор времени.

P.Kilkki (1971) рассматривал программу оптимизации рубок ухода за насаждениями, основанную на маргинальной продуктивности земли и растущего запаса.

Возможная стоимость земли в производстве древесины определялась тем фактом, что земля, которая теперь занята растущим запасом, может быть использована для дальнейшего выращивания древесины. Для отдельного насаждения оценка земли может быть вычислена по формуле Фаустмана или с использованием средней земельной ренты. Годичная стоимость земли равна земельной ренте, полученной умножением оценки земли на ведущий процент интереса. Насаждение может быть оставлено для дальнейшего выращивания, если маргинальная продуктивность земли выше или равна годичной земельной ренте.

17. Современные направления моделирования роста и производительности древостоев

17.1 Основные принципы построения моделей

Современное моделирование роста насаждений проводится с помощью новейшей вычислительной техники. Построение моделей производится по трем основным направлениям: 1)модели, требующие данных отдельных деревьев, включая изменения пространственных признаков (т.е. частей древесного ствола); 2) модели требующие данных таксации древесных стволов без таксации их частей; 3) модели, требующие только суммарную информацию о насаждении (средние таксационные показатели).

За редким исключением, все модели имеют одну общую цель: производить в некоторой точке или точках времени суммарные таблицы, которые показывают состояние лесного насаждения на пробе или гектаре. Такие признаки, как запас, площадь сечения и число деревьев на единице площади имеются во всех моделях.

Сравнение моделей насаждений выявило три разных принципа моделирования.

Первый принцип предполагает, что основной единицей моделирования насаждения есть отдельное дерево и необходимы данные таксации частей древесного ствола. Такой принцип указывает, что каждое дерево располагается в модели в пространственной системе координат.

Второй принцип предполагает, что основная единица моделирования - отдельное дерево, но междревесное расстояние как параметр не требуется. Моделирование (имитация) не требует данных таксации частей древесного ствола.

Третий принцип предполагает, что основная единица моделирования насаждения - насаждение и информация об индивидуальных деревьях не нужна.

К моделям первого типа относятся: модель Newnham (1964), затем Lee (1967), Lin (1970), Bella (1971), Mitchell (1969), Arney (1972) и др.

Каждая из них основывается на положении, что конкуренция между деревьями пропорциональна количеству деревьев на единицу площади (круг конкуренции). Круг конкуренции обычно определяется как некоторая функция диаметра на 1.3м. Фактическое количество перекрытия (т.е. конкуренции) выражалось различными авторами в единицах площади, окружности или углов.

Newnham (1964) проверил влияние различных пространственных распределений на отпад. Lin (1970) демонстрировал, что конкуренция, которой дерево подвергалось в последние (предыдущие) 5 лет, является полезно переменной в исследовании роста дерева для последующего 5-летнего периода; Bella (1971) представил работающий алгоритм для определения пределов влияния конкуренции; Mitchell (1969) определил, что прирост ветвей может быть использован как ведущая переменная; Arney (1972) показал возможность использования текущего прироста каждого дерева по всей длине древесного ствола и кроны, для моделей насаждения.

A.Isomaki, P.Niemista разработали имитационную модель рубок ухода на стационарах. Входными данными являются: координаты пространственного распределения деревьев в насаждении; таксационные показатели деревьев (диаметр, высота, диаметр на 6м); вычисленные показатели по регрессиям связи (площадь сечения, объем ствола, пиловочника, балансов, сомкнутость крон); показатели качества деревьев (порода, прямолинейность, поврежденность ствола, очищаемость от сучьев, состояние дерева, структура кроны). На ЭВМ составляется карта пространственного распределения, вычисляется площадь растущего дерева, перекрытия, устанавливается критерий отбора деревьев. После рубки отобранного дерева результаты пересчитываются. Модель позволяет моделировать пространственное распределение деревьев в древостое; имитировать рубки ухода на стационарах; анализировать влияние интенсивности, повторяемости и метода рубки на лесов; планировать рубки ухода в насаждении на оборот рубки.

Все модели данного типа дают очень детальную информацию о строении древостоя и позволяют проверить влияния различных лесохозяйственных программ таких, как рубки ухода, схема посадки, внесение удобрений.

Главный недостаток всех моделей с переменной - расстояние между деревьями, - трудность измерения биологической конкуренции непосредственно и значительный расход времени при построении таких моделей. Моделирование по данным отдельных деревьев без учета расстояния возможно аналитическим и эмпирическим способом.

При первом - внимание концентрируется на математической совместимости функций прироста и производительности (Turnbull и Pilnaar, 1973; Xlutter, 1973); при втором - на эмпирическом изучении наибольшего прироста и применения при этом регрессионных уравнений, без строгого соблюдения зависимости функций прироста и производительности (Goulding, 1972; Reimer, 1973; Stage, 1973). Данные модели позволяют имитировать изменение в ходе роста при рубках ухода, различной схемы посадки и внесении удобрений.

17.2 Критерии оптимальности при выборе моделей формирования древостоев

Критерием оптимальности при изучении формирования высокопродуктивных насаждений следует считать максимум древесной массы (максимальный запас) или максимальный прирост. В связи с этим представляется необходимым изучение взаимосвязей запаса древесины с различными таксационными показателями насаждений. Это позволяет, с целью определения максимального значения запаса древостоя, оптимизировать структуру насаждения, в частности: число стволов на 1 га и абсолютную полноту древостоев.

Галако В.А. анализ взаимосвязи запаса древостоев с их таксационными показателями провел с помощью методов регрессионного и факторного анализа.

Основное предположение факторного анализа можно определить следующим образом: изучаемые явления, несмотря на свою разнородность и изменчивость, могут быть описаны относительно небольшим числом функциональных единиц, параметров или факторов. Факторный анализ обычно используется в тех случаях, когда необходимо установить причинность системы и взаимодействующих внутренних факторов, а также их количественного проявления.

По результатам исследования Галако В.А. оптимизационная модель высокопродуктивных насаждений сосны имеет вид: max M = f (G,D,N,состав)

Полученные закономерности факторных нагрузок и таксационного строения сосновых древостоев позволяют при прогнозировании формирования высокопродуктивных лесов регулировать состояние насаждений путем проведения рубок ухода определенной интенсивности.

Наиболее существенная взаимосвязь запаса древостоев по данным анализа множественной регрессии определяется с абсолютной полнотой (коэффициент парной корреляции колеблется от 1,600 до 0,933); с увеличением возраста уменьшается зависимость запаса от средней высоты насаждений и увеличивается в связи с изменением среднего диаметра.

В.С.Чуенков применил моделирование, основанное на множественном регрессионном анализе при решении задачи выбора наиболее продуктивного состава древесных пород и густоты древостоев в центральных районах России.

Моделирование проводилось в рамках типа леса или класса бонитета существующей общей шкалы. Число стволов выражено в функции от возраста t и первоначальной густоты. Моделирование таксационных признаков проводилось с помощью логарифмических функций.

17.3 Абсолютная и относительные полноты как критерии оптимизации

В лесохозяйственной практике разрабатывались способы оценки относительной полноты насаждений. Абсолютная полнота насаждений представлена как сумма площадей сечений, число деревьев, запас, площадь, требуемая для роста дерева, а относительная полнота как сравнение этих абсолютных показателей со стандартом, представляющим настоящую цель управления лесом. Абсолютные показатели полноты варьируют в зависимости от древесной породы, условий произрастания, возраста, занимаемой площади, интенсивности биологической конкуренции и т.д. Относительная полнота насаждений может измениться в связи с изменением цели управления лесом (например, достижения максимального запаса древесины на корню) и соответствующих нормативов таксации леса. Абсолютная полнота насаждений выражается таким образом, численно на 1 га, а относительная полнота - в относительных величинах в сравнении с эталонным насаждением желаемой продуктивности.

Для достижения результатов максимальной производительности древостоев, т.е. древостоев с оптимальной полнотой, автором принимается полнота вычисленная по правилу трех сигм.

Другим критерием оптимальности насаждений является число деревьев на единице площади. Он не отражает потенциальную производительность условий местопроизрастания, в виду значительного варьирования размерностей деревьев и площади питания на одно дерево. Общая производительность насаждений определенного состава на данных условиях местопроизрастания практически оптимальна для широкого ранга густоты деревьев. Измерение полноты как числа деревьев на га является надежным, если их пространственное распределение по площади близко к распределению Пирсона.

Число деревьев может выразить относительную полноту древостоя в сочетании с некоторыми измерениями размерностей деревьев. Л.Рейнеке выразил индекс полноты в процентах как отношение числа деревьев таксируемого древостоя к нормальному при одних и тех же площадях сечения и среднем диаметре.

Краджисек ввел фактор конкуренции крон в предположении, что площадь, занимаемая открыторастущим деревом, пропорциональна площади его кроны, а ширина кроны имеет прямую связь с диаметром дерева. Относительная полнота древостоя - отношение площади на одно дерево в таксируемом древостое к нормативу (площади занимаемой открыторастущим деревом).

Х.Чисман и Ф.Шумахер описали площадь, занимаемую деревом в насаждении, по уравнению параболы в зависимости от числа деревьев, суммы их диаметров и суммы квадратов диаметров. Отношение площади, занимаемой деревом в таксируемом древостое, к стандарту является относительной полнотой, которая практически не зависит от возраста и класса бонитета.

Р.Куртис показал, что методы измерения относительной полноты древостоя по сумме площадей сечения, числу деревьев на 1 га, площади на одно дерево, фактору конкуренции крон интерпретируется однозначно, как отношение некоторой средней площади занимаемой деревом и площади кроны к нормативу полноты 1.0 при одном и том же среднем диаметре, высоте и другом признаке. Эти критерии соответствуют биологическим пределам полноты насаждения без ссылки на оптимальный рост или цели лесовыращивания. Конкуренция деревьев в насаждении прямо не измерима, что снижает полезность указанных факторов.

В.В.Загреев рекомендовал использовать отношение Д/Н как дополнительный критерий для выявления степени нормальности насаждений. Предпосылкой к применению этого соотношения служит высокая корреляция между высотой и диаметром в нормальных насаждениях. На основе анализа таблиц хода роста он составил стандартную таблицу изменения отношения Д/Н с возрастом.

А.В.Вагин провел большую работу по выявлению эталонов полноты 1.0 в сосновых насаждениях. Были собраны данные более 64 тысяч выборочных измерений абсолютной полноты древостоев и разработаны стандартные таблицы по средней высоте и классам бонитета. Критерием полноты 1.0 взяты максимальные (плюс три сигмы или с вероятностью 0,997) суммы площадей сечений.

А.Стейг предложил относительную полноту выразить отношением текущего прироста по запасу древостоя к потенциальному приросту данных условий местопроизрастания. Потенциальный прирост устанавливается к древесным породам, образующим насаждения оптимальной густоты и имеющим максимальную производительность на данных условиях произрастания.

Следовательно, лесохозяйственные исследования могут концентрироваться на представлении трех основных показателей в оптимизации относительной полноты насаждений для любой цели лесовыращивания: 1) потенциальный прирост насаждений данных условий местопроизрастания; 2) потенциальный прирост свободнорастущих деревьев для этих же условий произрастания; 3) оптимальная густота насаждения, при которой полностью используются условия произрастания.

Р.Хавлей, Д.Смит в результате обобщения материалов сделали вывод: общая производительность насаждений определенного состава на данных условиях местопроизрастания для всех практических целей - оптимальная и постоянная в широком спектре густоты и уровне растущего запаса. Рубками ухода она может быть уменьшена, но не увеличена, путем изменения растущего запаса к уровням вне этого ранга.

А.Нильсон ввел понятие - редкость древостоя L-100. Средняя высота и диаметр могут быть аппроксимированы линейными функциями от редкости древостоя в период рубок ухода. На базе этого выводятся формулы для проектирования рубок ухода.

Модель линейного программирования для определения максимально возможного размера пользования лесом, основанная на методологическом подходе разработана А.М.Моисеевым и В.В.Комковой.

Классические методы составления таблиц хода роста предусматривали следующий путь получения эталонов полноты: в лесу изыскивались совершенные (по субъективной оценке) древостои, которые после математической обработки данных по сумме площадей сечений G и выравнивания их в связи с возрастом, служили моделями полноты. Причем субъективные критерии оценки полноты можно оценить лишь по результату работы - составленной таблице. При этом можно сказать, который из критериев строже, но нельзя сказать, который лучше отражает совершенство древостоя.

Современная статистическая теория открывает путь к оптимизации методов построения эталонов полноты.

Н.П.Анучин предложил находить уровни максимальной суммы площадей сечений Gmax нормальных древостоев на основе средних уровней сумм сечений по классам возраста и классам бонитета и 3-кратной величины стандартного отклонения. Средний уровень получают по данным таблиц классов возраста.

Этим способом были установлены максимальные суммы площадей сечений Gmax еловых насаждений Литвы В.В.Антанайтисом. Выравнивание G произведено по логарифмической параболе 2-го порядка.

17.4 Модели экономической спелости леса

Модели экономической спелости леса разрабатываются с учетом прибыли и интереса капиталовложений. Экономическая спелость насаждения определяется возрастом и уровнем (полнотой) растущего запаса. Следовательно, возраст главной рубки определяется экономической спелостью насаждений, а не размерно-качественными характеристиками древостоев.

О.А.Атрощенко разработана по данным перечислительной таксации насаждений и материалам лесоустройства имитационная модель роста и производительности сосновых древостоев РБ.

Таблицы (модели) роста и производительности древостоев в этом случае дополнены таблицами (моделями) динамики строения древостоев по диаметру. Имитационная модель строения древостоев по диаметру разработана по материалам перечислительной таксации насаждений. Ввод в модель - таксационные показатели древостоя или отпада, представленные в таблицах производительности (A,G,H,D,N,M,H100).

С появлением быстродействующих ЭВМ появились имитационные модели. Имитационная модель рубок ухода разрабатывается в трех направлениях: 1) имитация схем назначения рубок ухода в насаждении на оборот рубки; 2) создание программ рубок ухода в насаждении по типам леса и режимам ухода; 3) имитация пространственного распределения деревьев, их конкуренции и отбора деревьев при рубках ухода.

P.Kilkki, R.Pokala разработали имитационную модель планирования рубок ухода в насаждениях на оборот рубки.

Факторы, влияющие на программу рубок ухода в насаждениях, делятся на три категории: 1) таксационные показатели и другие признаки, описывающие древостой; 2) цели принятия решений в лесоуправлении (максимум размера пользования, максимум прибыли и т. д.); 3) факторы технологии лесозаготовок, которые зависят от местоположения насаждения и лесозаготовительной техники.

Проблема оптимизации рубок ухода в насаждениях представляет процесс планирования во времени (на оборот рубки) и пространстве (по территории объекта) альтернативных вариантов рубок ухода в насаждении и выбор оптимального варианта назначения участков в рубку леса.

Оптимизация рубок ухода по имитационной модели и модели линейного программирования позволяет решить ряд практических задач: оптимизировать уровень растущего запаса и размещение рубок ухода, максимизировать размер пользования и прибыль лесного предприятия; устанавливать правила рубок ухода; выполнять долгосрочный прогноз размера лесопользования.

17.5 Разработка целевых программ лесовыращивания

Вторым направлением в имитации рубок ухода является разработка программ, регламентирующих рубки промежуточного пользования для достижения поставленных задач. Программы формирования древостоев составлены по отдельным регионам. Большинство из них предусматривает оптимизацию численности деревьев на единице площади по годам или отдельным периодам жизни насаждения. Это таблицы Кайрюкштиса Л.А., Сеннова С.Н., Кожевникова А.М., Атрохина В.Г., они в основном повторяют таблицы хода роста максимально продуктивных насаждений, в то время как очень важно знать повторяемость, процент выборки, выгоды и расходы на протяжении роста древостоев до возраста главной рубки.

Комплексные эколого-физиологические подходы к формированию максимально продуктивных лесов отражены в моделях Суворова В.И., Буш К.К., Свириденко К.Е.. Программы рубок ухода за лесом, регламентированные не только лесоводственно-экологическими, но и экономическими и технологическими факторами, разработаны С.Н.Сенновым и др. Лесоводственно-технологические основы заложены в программы рубок ухода Д.И.Дерябиным, А.М.Кожевниковым и др.

На основе разработанных моделей насаждений составлены программы формирования целевых древостоев или программы рубок ухода для разных регионов СНГ. ВНИИЛМом, ЛитНИИЛХом разработаны программы рубок ухода для центральных районов в европейской части лесов, для северных районов – ЛенНИИЛХом и другими институтами. Для горных лесов даны программы рубок ухода Тбилисским институтом леса, УкрНИИЛХом и др.

Эффект ухода в лесах промышленного назначения можно усилить, если задаться конкретной хозяйственной целью, например, целевым сортиментом. Тогда главная рубка будет основным элементом общей целевой программы.

Используя закономерности формирования насаждений, сотрудники ЛитНИИЛХа разработали модели максимально продуктивных насаждений для всех основных древесных пород, групп смешения, состава, ярусов и типов леса. Модели отражают оптимальную густоту и структуру насаждений в том или другом возрасте. На основе моделей даны программы формирования максимально продуктивных насаждений.

Модель Y.F.Hegg, имитирует прирост сосны по рангу классов условий произрастания и полнот. Специфическими свойствами модели являются имитация отпада (как функции внутридревесной конкуренции и случайной компоненты), рубок ухода (к определенному критерию объема и ряда рубок ухода) и удобрения (изменения формы ствола, приростов по D и H).

H.Valiaho разработал программу, прогнозирующую ход роста древостоя в зависимости от числа рубок ухода, повторяемости рубок и процента выборки древесины. Модель рубок ухода представлена в виде таблиц роста и производительности при различных режимах рубок ухода (интенсивности и повторяемости) и разном обороте рубки. Таблицы (модели) представлены по типам условий местопроизростания (ТУМ), обозначенным высотой в возрасте 100 лет (Н100) при различных ТУМ.

A.Branntseg использовал ту же методику при разработке таблиц хода роста сосняков Норвегии, но получил функции с другими переменными. Им разработано 200 таблиц хода роста. Наиболее детальные 42 таблицы позволяют выбирать оптимальный режим рубок ухода за насаждениями исходя из возможностей хозяйства.

Наиболее полно вопрос оптимизации промежуточного пользования и моделирования оптимальной производительности рассматривался в работах Y.Vuokila с 1956 по 1980гг. Изучение прироста в пройденных и непройденных рубками ухода насаждениях показало, что радиальный прирост по диаметру в первые годы после рубки увеличивается, как в абсолютных, так и в относительных величинах. Продуктивность первой рубки будет увеличена, если отложить первую рубку - это возможно при редкой схеме размещения стволов .

В 1967 Вуокила составил таблицы роста и производительности сосновых насаждений пройденных рубками ухода различной интенсивности. Они были смоделированы для пяти классов бонитета, основываясь на двух критериях: сумма площадей сечений после ухода и процент выбранной площади сечений (10, 15, 20%). Первоначальное число деревьев принималось 3000, 3500 и 4000. Было построено три типа таблиц: таблицы хода роста, выход условных сортиментов, распределение деревьев по диаметру.

По материалам перечислительной таксации на стационарах и временных пробных площадях разработана имитационная модель рубок ухода на основе регрессионных связей, которые для сосны имеют вид:

для относительного текущего среднепериодического прироста древостоя:

P_H = f(H,A,Y) ; P_G = f(H,A,Gu,H100) ; P_M = f(A,Mu,H100), где P_H, P_G, P_M- процент прироста по верхней высоте, сумме площадей сечений и запасу; H - верхняя высота,м; A - возраст, лет; Gu, Mu- сумма площадей сечений и запас древостоя без коры; H100 - индекс типа условий местопроизрастания, м; Y - период прогноза;

для видовой высоты: HF = f(H,A,Gb), где Gb- сумма площадей сечений в коре;

для интенсивности рубки в процентах от площади сечений и по числу деревьев:

R_G = f(H,P_V) ; R_N = f(P_V, N, Gb, Mb), где P_V- процент вырубки по запасу; N - число деревьев; Mb - запас древостоя в коре;

для выхода сортиментов: процент пиловочника: $P_п$= f (V,A); процент отходов: $P_о$= f (V);среднего объема дерева для заготовки пиловочника: $V_П$= f (V,A, H100); для объема коры: Vк= f (H,A, G),

Таблицы(модели) рубок ухода составлены для оборотов рубки от 60 до 140 лет с повторяемостью от 1 до 6 рубок в течение оборота рубки с интенсивностью 15-30%.

В таблицах даны: возраст; верхняя высота; число деревьев; сумма площадей сечений; запас древостоя в коре; объем ствола среднего дерева в коре; общий выход пиловочника; выход балансов; средний выход пиловочника из древесного ствола; процент текущего прироста по запасу; абсолютный текущий среднепериодический прирост; общий средний прирост; общая производительность по сумме площадей сечений; общая производительность по запасу древостоя; общий выход пиловочника; общий выход балансов за оборот рубки .

Из выше сказанного можно сделать выводы

1. Модели рубок ухода можно использовать в лесном хозяйстве и лесоустройстве для решения практических задач в планировании назначении и контроле рубок ухо-

да. Они позволяют получить информацию об объеме, интенсивности и повторяемости рубок, размерно-качественной характеристике вырубаемой древесины, общей производительности древостоя, текущем и среднем приросте древостоев по запасу.

2. Эти модели имеют важное научное значение: 1) позволяют моделировать пространственное распределение деревьев в древостое; 2) имитировать рубки ухода на стационарах; 3) анализировать влияние интенсивности, повторяемости и метода рубок ухода на продуктивность лесов.

В настоящее время с увеличением значимости экономического фактора большее внимание уделяется экономической спелости и прибыли от общей производительности выращиваемых насаждений.

18.Использование компьютерных технологий при моделировании лесохозяйственных процессов

18.1 Современные компьютерные технологии моделирования

18.2 Операционные системы и прикладные пакеты программ

18.3 Краткий обзор лекций